فصل اول

۱- الف: ✓ ب: ✗ پ: ✗ ت: ✓ ث: ✗ ج: ✓

۲- $\binom{۴}{۲} = \{a\,,\{b\}\}\,,\{a\,,b\}\,,\{a\,,\{a,b\}\}\,,\{b,\{b\}\}\,,\{\{b\}\,,\{a,b\}\}\,,\{b,\{a,b\}\}$

۳- $\{۱\}\,,\{\{۱\,,۲\}\}\,,\Big\{\{\{۱\,,۲\,,۳\}\}\Big\}\,,$

$\{۱\,,\{۱\,,۲\}\}\,,\Big\{۱\,,\{\{۱\,,۲\,,۳\}\}\Big\}\,,\Big\{\{۱\,,۲\}\,,\{\{۱\,,۲\,,۳\}\}\Big\}$

$\Big\{۱\,,\{۱\,,۲\}\,,\{\{۱\,,۲\,,۳\}\}\Big\}\,,\quad \{\ \}$

۴- $k+۲ \quad k$

$۲^{k} - ۲ = ۲۴$

$۲^{k}(۴-۱) = ۲۴$

$۲^{k} = ۸ = ۲^{۳} \Longrightarrow \boxed{k = ۳}$

$A = \{\cdots\cdots\cdots\}$ عضو K زیر مجموعه ۲^{K}

$A = \{\cdots\cdots\cdots\}$ عضو $K+۲$ زیر مجموعه $۲^{K+۲}$

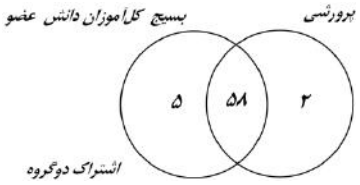
۵- $۲\begin{cases}۲x+۳y=۹\\ ۳x-۲y=۷\end{cases} \quad \begin{cases}۴x+۶y=۱۸\\ ۹x-۶y=۲۱\end{cases} \Longrightarrow \begin{array}{l}۱۳x=۳۹ \Longrightarrow \boxed{x=۳}\\ ۶+۳y=۹ \Longrightarrow \boxed{y=۱}\end{array}$

۶-

$۷۰ - ۵ = ۶۵$

$۶۳ + ۶۰ = ۱۲۳$

$۱۲۳ - ۶۵ = ۵۸$



۷- الف) $A \cup B = \{۱\,,۲\,,۳\,,۴,۵,a\,,b\}$

ب) $A \cap B = \{۱\,,۳\}$

پ) $A - B = \{۲\,,۴\,,۵\}$

ت) $B - A = \{a\,,b\}$

ث) $(A-B) \cup (B-A) = \{۲\,,۴\,,۵\,,a\,,b\}$

۸-

الف) $A=\{۱,۲,۳,۰۰۰,۱۸\}$ $B=\{۱۸,۹,۳,۶,۹,۱۸\}=\{۳,۶,۹,۱۸\}$

$C=\{۳,۶,۹,۱۲,۱۵,۱۸\}$ $D=\{۶,۷,۸,۹,۱۰,۱۱,۱۲,۱۳,۱۴\}$

ب) ۱: $(C-D)-B=\{۳,۱۵,۱۸\}-\{۳,۶,۹,۱۸\}=\{۱۵\}$

۲: $(B\cup C)\cap D=\{۳,۶,۹,۱۲,۱۵,۱۸\}\cap\{۶,۷,۸,۹,۱۰,۱۱,۱۲,۱۳,۱۴\}$
$=\{۶,۹,۱۲\}$

۳: $(A-B)\cup C=\{۱,۲,۴,۵,۷,۸,۱۰,۱۱,۱۲,۱۳,۱۴,۱۵,۱۶,۱۷\}\cup C=$
$=\{۱,۲,۳,۴,۵,۶,۷,۸,۹,۱۰,۱۱,۱۲,۱۳,۱۴,۱۵,۱۶,۱۷,۱۸\}$

۹- نکته: $|K|<۲\Rightarrow -۲<K<۲\Rightarrow K=\{-۱,۰,۱\}$

$A=\{-۲\text{ و }۱\text{ و }۴\}$ $B=\{۱,۲,۳,۴\}$

$A\cap B=\{۱,۴\}$, $A\cup B=\{-۲,۱,۲,۳,۴\}$, $A-B=\{-۲\}$

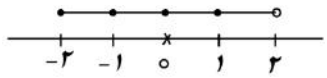
۱۰- الف) ✓ ب) ✓ ج) × د) ✓ هـ) ✓ و) ✓

۱۱- الف) $A=\{۵\}$ ب) $B=\{\pm۳\}$ ج) $\{۱,۲,۳,۴,۵\}$

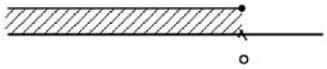
د) $\{-۱,۲,۳,-۲,۴\}$ هـ) $\{۰,۷,۷۷,۷۷۷,۷۷۷۷\}$ و) $\{-۱,-۱۶,۳^{۷},۴^{۱۱},-۵^{۱۶}\}$

۱۲-
$$\frac{x}{۲}=۵\Rightarrow x=۱۰$$
$$۲y+۳=۷\Rightarrow \boxed{y=۲}$$

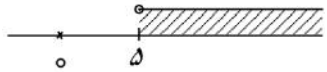
۱۳- مجموعه اعداد کوچکتر از ۲ و بزرگتر مساوی ۲-



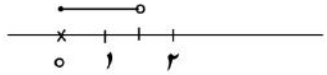
$$C = \{x \in R \text{ و } x \leq ۰\}$$



مجموعه اعداد حقیقی بزرگتر از ۵



$$F = \left\{x \middle| x \in Z \text{ و } ۰ < x < \frac{۳}{۲}\right\}$$



۱۴-

$$n+۲ \quad n-۱$$

$$۲+۲ = ۷۲ \implies$$

$$\frac{n}{۲}\left(۴+\frac{۱}{۲}\right) = ۷۲ \implies$$

$$\frac{n}{۲}\left(\frac{۹}{۲}\right) = ۷۲ \implies ۲^n = ۱۶ = ۲^۴ \implies \boxed{n=۴}$$

$A = \{\cdots\cdots\cdots\}$
عضوی $n+۲$

$۲^{n+۲}$ →

$A = \{\cdots\cdots\cdots\}$
عضوی $n-۱$

$۲^{n-۱}$

۱۵-

$$A = \left\{\frac{۴\times ۱۱^n}{۱۰} \middle| n \in N\right\}$$

۱۶- بزرگترین مقدار ممکن زمانی اتفاق می افتد که مخرج کم ترین باشد $\boxed{d = ۱}$ و صورت بیشترین باشد چون C از ab کم می شود باید مقدارش کم ترین باشد چون از ۱ استفاده شده ۲ کم ترین عدد است پس $c = ۲$ و b , a باید بیشترین عدد یک رقمی باشند.

$$\begin{matrix} a = ۹ \\ b = ۸ \\ c = ۲ \\ d = ۱ \end{matrix} \qquad \Longrightarrow \qquad \frac{۷۲-۲}{۱} = ۷۰$$

۱۷- $A = \begin{cases} x = -۱ \\ x = ۰ \\ x = ۱ \\ x = ۲ \end{cases} \Longrightarrow A = \{. , -۱ , ۳\} \qquad B = \begin{cases} x = ۰ \\ x = ۱ \\ x = ۲ \\ x = ۳ \end{cases} \Longrightarrow B = \{. , -۱ , ۳\}$

$$\Longrightarrow A - B = \{۰ , -۱ , ۳\} \quad \Longrightarrow \quad A - B = A$$

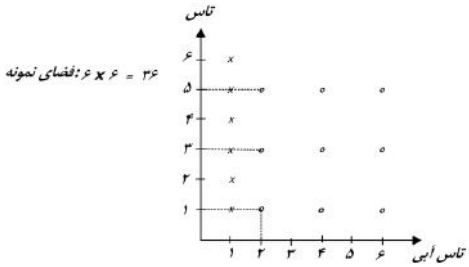
۱۸- $A = \{x = ۱ , ۲ , ۳ , ۴\} \qquad \Longrightarrow \qquad A = \{۳ , ۹ , ۲۷ , ۸۱\}$

$$B = \{x = ۲ , ۳ , ۴ , ۵ , ۶ , ۷ , ۸ , ۹\} \quad \Longrightarrow \qquad B = \{۲^۲, ۲^۳, ۲^۴, ۲^۵, ۲^۶, ۲^۷, ۲^۸, ۲^۹\}$$

$$C = \{x = ۳ , ۴ , ۵ , ۶ , ۷ , ۸ , ۹\} \quad \Longrightarrow \quad C = \{۹ , ۱۲ , ۱۵ , ۱۸ , ۲۱ , ۲۴ , ۲۷\}$$

$$A \cap B = \{۴\} \qquad A \cap C = \{\ \}$$

۱۹-



الف) $P(A)=\frac{n(A)}{n(s)}=\frac{۹}{۳۶}=\frac{۱}{۴}$

ب) $(۳,۶),(۴,۵),(۵,۴),(۶,۳) \implies P(B)=\frac{۴}{۳۶}=\frac{۱}{۹}$

ج) سفید عدد زوج $\frac{۱}{۲}$ یا آبی عدد فرد $\frac{۱}{۲}$ $\implies$ در تاس آبی عدد فرد : $\frac{۱۸}{۳۶}=\frac{۱}{۲}$ / در تاس سفید عدد زوج : $\frac{۱۸}{۳۶}=\frac{۱}{۲}$ $= ۱$

۲۰-

فضای نمونه : $۶\times۶=۳۶$ $\xrightarrow{۱}$ $P(B)=\frac{۵}{۳۶}$

$\xrightarrow{۲}$ $\{(۲,۶),(۳,۵),(۴,۴),(۵,۳),(۶,۲)\}$ $P(B)=\frac{۵}{۳۶}$

$\xrightarrow{۳}$ $\{(۱,۲),(۱,۴),(۱,۶),(۳,۲),(۳,۴),(۳,۶),(۵,۲),(۵,۴),(۵,۶),$
$(۲,۱),(۲,۳),(۲,۵),(۴,۱),(۴,۳),(۴,۵),(۶,۱),(۶,۳),(۶,۵)\}$

$P(B)=\frac{۱۸}{۳۶}=\frac{۱}{۲}$

$\xrightarrow{۴}$ $\{(۱,۲),(۲,۳),(۳,۴),(۴,۵),(۵,۶),(۲,۱),(۳,۲),(۴,۳),(۵,۴),(۶,۵)\}$

$P(C)=\frac{۱۰}{۳۶}=\frac{۵}{۱۸}$

۲۱-

الف) $۹\times۱۰\times۱۰=۹۰۰$

ب) پیشامد A عضوی نخواهد داشت زیرا اعداد ۳ رقمی هستند و بزرگتر از ۱۰۰ اعدادی مانند ۱۲۰ و ۴۵۰ و ۰۰۰ می توانند در پیشامد B باشند بنابراین احتمال رخ دادن پیشامد B بیشتر است.

۲۲- فضای نمونه $c(\binom{۱۰}{۲}) = \frac{۱۰\times۹}{۲} = ۴۵$

الف) $n(A) = \binom{۳}{۲} = \frac{۳!}{۲!۱!} = ۳ \implies P(A) = \frac{۳}{۴۵} = \frac{۱}{۱۵}$

ب) $n(B) = \binom{۳}{۱}\binom{۷}{۱} = ۳ \times ۷ = ۲۱ \implies P(B) = \frac{۲۱}{۴۵} = \frac{۷}{۱۵}$

۲۳- الف) $P(A \cap B) = ۰/۳ \times ۰/۴ = ۰/۱۲$

ب) $P(\acute{A}) = ۱ - P(A) = ۱ - ۰/۴ = ۰/۶$

$P(\acute{B}) = ۱ - P(B) = ۱ - ۰/۳ = ۰/۷$

$P(\acute{A} \cap \acute{B}) = ۰/۶ \times ۰/۷ = ۰/۴۲$

۲۴- به مرکز هر رأس یک کمان به شعاع واحد می زنیم نقطه ی مورد نظر نباید درون مربع دایره ها باشد زیرا در این صورت فاصله شان از رأس کمتر از ۱ می شود.

پس نقطه باید در مساحت هاشور زده واقع شود.

$S_A = ۲ \times ۲ - \frac{۱}{۴} \times ۴ \times \pi \times ۱^۲ = ۴ - \pi = ۰/۸۶$

$P(A) = \frac{S_A}{S} = \frac{۰/۸۶}{۴} = ۲۱/۵٪$

۲۵- برای هر فرزند ۲ حالت وجود دارد پس $۲ \times ۲ \times ۲ = ۸$ فضای نمونه جنسیت پیشامد"حداقل دو فرزند پسر "

$A = \{(P, P, P), (P, P, d), (P, d, P), (d, P, P)\} \implies n(A) = ۴$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۴}{۸} = \frac{۱}{۲}$

فصل دوم

۱- $A=\frac{-x^{۲}-x^{۲}-۲}{-۲K^{۲}}=\frac{-۲x^{۲}-۲}{-۲K^{۲}}=\frac{-۲(x^{۲}+۱)}{-۲K^{۲}}=\frac{x^{۲}+۱}{K^{۲}}$

۲- الف) $\frac{\frac{۱}{۵}+\frac{۱}{۶}}{\frac{۱}{۲}\times\frac{۶}{۱}\times\frac{۱}{۳}}=\frac{\frac{۱۱}{۳۰}}{۱}=\frac{۱۱}{۳۰}$

ب) $\frac{\frac{۱۱}{۴}}{\frac{۱۳}{۴}}\div\frac{\frac{۱۳}{۳}}{\frac{۱۱}{۳}}=\frac{۱۱}{۱۳}\times\frac{۱۱}{۱۳}=\frac{۱۲۱}{۱۶۹}$

ج) $\frac{۱}{۲}\div\left(\frac{۴}{۳}\right)\times\left(\frac{۹}{۴}\right)=\frac{۱}{۲}\times\frac{۳}{۴}\times\frac{۹}{۴}=\frac{۲۷}{۳۲}$

د) $\frac{-۵+۴+۲۱}{۶}+\frac{-۴+۱۵}{۳۳}-\frac{۱}{۲۲}=\frac{۲۰}{۶}+\frac{۱۱}{۳۳}-\frac{۱}{۲۲}=\frac{۱۰}{۳}+\frac{۱}{۳}-\frac{۱}{۲۲}=\frac{۱۱}{۳}-\frac{۱}{۲۲}=\frac{۲۳۹}{۶۶}$

هـ) $\left(-\frac{۷}{۳}\times\frac{۵}{۷}\right)\div\left(\frac{۷}{۲}-\frac{۱۳}{۶}\right)=-\frac{۵}{۳}\div\frac{۸}{۶}=-\frac{۵}{۳}\times\frac{۳}{۴}=-\frac{۵}{۴}$

۳- الف) $|a-b+c|=|-۷/۵+۰/۷۵+۴|=۲/۷۵$

ب) $|b-c-a|=|-۰/۷۵-۴+۷/۵|=۲/۷۵$

ج) $\frac{|a-c|}{|b+a|}=\frac{|-۷/۵-۴|}{|-۰/۷۵-۷/۵|}=\frac{۱۱/۵}{۸/۲۵}=\frac{۱۱۵۰}{۸۲۵}=\frac{۳۳}{۴۶}$

د) $-|a+b+c|=-|-۷/۵-۰/۷۵+۴|=-۴/۲۵$

هـ) $|-۱۵-|-۰/۷۵-۴۱|=|-۱۵-۴/۷۵|=۱۹/۷۵$

و) $|۲۲/۵-۴+۱/۵|=۲۰$

۴- $\frac{۴۳}{۱۹} = ۲\frac{۵}{۱۹} = a + \frac{۱}{b+\frac{۱}{c+\frac{۱}{d}}} \quad \Longrightarrow \boxed{a = ۲}$

$$b + \frac{۱}{\frac{cd+۱}{d}} = b + \frac{d}{cd+۱} = \frac{bcd+b+d}{cd+۱} \quad \Longrightarrow a + \frac{۱+cd}{bcd+b+d} = ۲\frac{۵}{۱۹} \quad \Longrightarrow \boxed{cd = ۴}$$

$$b\underbrace{cd}_{۴} + b + d = ۱۹ \Longrightarrow \; ۴b + b + d = ۱۹ \Longrightarrow \; ۵b + d = ۵ \times ۳ + ۴ \Longrightarrow$$

$$\begin{cases} d = ۴ \\ b = ۳ \\ c = ۱ \end{cases}$$

۵- حداقل $\underline{a}$ می تواند ۲۱ باشد یا مضارب ۲۱ باشد.

الف) $\frac{a}{۲\times۳\times۷} \Longrightarrow \quad a = ۲۱$

ب) $\frac{a}{۲\times۳\times۷} \Longrightarrow \quad a = ۲$

ج)

$\underline{a}$ مضرب $\underline{۲}$ و $\underline{۳}$ نباشد

$\underline{a}$ مضرب $\underline{۲}$ و $\underline{۷}$ نباشد

a مضرب $\underline{۴۲}$ نباشد

*** با پوزش فراوان سوالات $\underline{۶}$ و $\underline{۷}$ و $\underline{۸}$ و $\underline{۹}$ و $\underline{۱۰}$ مربوط به بدست آوردن حاصل است و عبارت به زبان ریاضی نوشتن که نیازی به حل ندارد و به عهده ی دانش آموزان عزیز می باشد.

۱۱-

۱) $\frac{|-۱-۱|\times۲۵}{|-۱|} = \frac{۲۵}{۱} = ۲۵$

۲) $\frac{|-۱||۱|}{|-۱|} = \frac{۱}{۱} = ۱$

۳) $\left|+۳-۲-|۲|\right|-|۵|+۳-۴|+|۲|\Big| = ۱-|۵|-۱|+۱| = ۳-۶ = -۳$

۴) $x > y \implies x-y > ۰ \implies x-y+y-x-۲x = -۲x$

۵) $۰ < a < ۱ \implies \begin{cases} a-۲ < ۰ \\ a-۱ < ۰ \\ a > ۰ \end{cases} \implies -a+۲-a+۱+a+۱ = -a+۴$

۱۲-

الف) $۳/\overline{۷۲۱} + ۴/\overline{۲۲۱} = ۷/\overline{۹۴۱}$

ب) $۵/۱۵ + ۵ + ۰/۱۵۱۵\ ۰۰۰ = ۱۰/۱۵ + ۰/\overline{۱۵} = ۱۰/۳۰\overline{۱۵}$

۱۳-

الف) $\frac{|\sqrt{۸}-\sqrt{۹}|}{\left|\frac{۲}{-۳}\right|} = \frac{۳-۲\sqrt{۲}}{\frac{۲}{۳}} = \frac{۹-۶\sqrt{۲}}{۲}$

ب) $|-۴| - ۲ \times \frac{۱}{۲} \times -۲ = ۴ + ۲ = ۶$

۱۴-

دور گردش : ۶ رقم ۱۶ بار تکرار ۲۸۵۷۱۴ را داریم و

$\frac{۲}{۷} = ۰/۲۸۵۷۱۴$ و ۲۸۵۷۱۴ و ۰۰۰۰

سپس چهار رقم باقی می ماند که عدد ۷ می باشد.

$\begin{array}{r|l} ۱۰۰ & ۱۶ \\ ۴ & ۶ \end{array}$

۱۵-

$۵ + ۲\sqrt{۳} = ۷a + ۷b\sqrt{۳} + ۴a\sqrt{۳} + ۱۲b$

$۵ + ۲\sqrt{۳} = ۷a + ۱۲b + (۷b + ۴a)\sqrt{۳} \implies \begin{cases} ۷a + ۱۲b = ۵ \\ ۴a + ۷b = ۲ \end{cases} \implies \begin{cases} a = ۱۱ \\ b = -۶ \end{cases}$

-۱۶

$$|x-۲|+۲|x-۲|+۳|x-۲|=۱۲ \implies ۶|x-۲|=۱۲ \implies |x-۲|=۲$$
$$\implies \begin{cases} x-۲=۲ \\ x-۲=-۲ \end{cases} \implies \begin{cases} x=۴ \\ x=۰ \end{cases}$$

-۱۷ $(a-b)\sqrt{\frac{۱}{(a-b)^۲}}=(a-b)\times\frac{۱}{|a-b|} \overset{a<b}{\underset{a-b<۰}{\Longrightarrow}} \frac{a-b}{-(a-b)}=-۱$

۱۸- عبارت هرگز صفر نمی شود چون صورت یک عدد است . $\frac{۱}{۱-\frac{۱}{|۱+x|}}=۰$

بنابراین ریشه حقیقی ندارد.

-۱۹ $|۲|+|-۱|=۳$

$$\begin{cases} x\geq ۱ & \implies \\ ۰\leq x\leq ۱ & \implies \\ x\leq ۰ & \implies \end{cases} \begin{cases} x+x-۱=۳ \implies x=۲ \ \checkmark \\ x-x+۱=۳ \ \times \quad \text{ریشه ندارد} \\ -x-x+۱=۳ \implies -۲x=۲ \implies x=-۱ \ \checkmark \end{cases}$$

-۲۰

$$\begin{cases} x\geq ۲ & \implies \\ ۰\leq x\leq ۲ & \implies \\ x\leq ۰ & \implies \end{cases} \begin{cases} x-۲+x+۳x=۱۸ \implies x=۴ \ \checkmark \\ -x+۲+x+۳x=۱۸ \implies x=\frac{۱۶}{۳} \ \times \\ -x+۲-x+۳x=۱۸ \implies x=۱۶ \implies \times \end{cases}$$

-۲۱ $\begin{cases} x>۰ \\ x<۰ \end{cases} \implies \begin{matrix} x<۳ \\ -x<۳ \end{matrix} \implies \begin{matrix} x<۳ \\ x>-۳ \end{matrix} \implies -۳<x<۳$

-۲۲

$$\sqrt{(۳-\sqrt{۸})^۲}+\sqrt{(۳-\sqrt{۱۰})^۲}=|۳-\sqrt{۸}|+|۳-\sqrt{۱۰}|=۳-\sqrt{۸}-۳+\sqrt{۱۰}=\sqrt{۱۰}-\sqrt{۸}$$

-۲۳

$$\begin{cases} a>۰ & \Rightarrow \begin{cases} |a|=a & \Rightarrow \begin{cases} a+a=۲a>۰ \\ a+|a|=۰+۰=۰\geq ۰ \end{cases} \\ a=۰ & \Rightarrow \begin{cases} |a|=۰ & \Rightarrow \end{cases} \\ a<۰ & \Rightarrow \begin{cases} |a|=-a & \Rightarrow a+|a|=a-a=۰ \end{cases} \end{cases} \end{cases} \Rightarrow a+|a|\geq ۰$$

-۲۴ $\boxed{a=۷}$ $\Rightarrow \overline{a۲}=۷۲ \Rightarrow \frac{\overline{a۲}}{۹۹}=\frac{۸}{۱۱} \Rightarrow ۰/\overline{a۲}=\frac{۸}{۱۱} \Rightarrow ۴/\overline{a۲}=۴+\frac{۸}{۱۱}$

-۲۵

$$\sqrt{(۲x-۹)^۲}-\sqrt{(۳x+۱۰)^۲}=|۲x-۹|-|۳x+۱۰|=-۲x+۹-۳x+۱۰=$$

$$-۵x+۱۹ \Rightarrow -۳\leq x\leq ۴ \Rightarrow -۲۰\leq -۵x\leq ۱۵ \Rightarrow -۱\leq -۵x+۱۹\leq ۳۴$$

فصل چهار

۱- $\frac{۹^{۳^{-۱}}\times[(-۳)^{-۱}]^{-۲}\times(-۳^{-۵})^{\frac{۴}{۵}}}{-۳^{\left(-\frac{۱}{۳}\right)^{-۱}}\times(-۲)^{(-۲)^{۰}}\times(-۳^{-۱})^{-۲}}=\frac{۹^{\frac{۱}{۳}}\times[(-۳)^{۲}]\times(-۳)^{-۴}}{-۳^{-۳}\times(-۳)\times(-۳)^{۲}}=\frac{۳^{\frac{۲}{۳}}\times۳^{۲}\times۳^{-۴}}{۳^{-۳}\times۳\times۳^{۲}}=۳^{-\frac{۴}{۳}}$

۲- $\left(\frac{b^{۳}}{a^{۳}}\right)^{\frac{۱}{۳}}=\frac{a}{b}$

۳- $(x^{۲}+۱)^{K-۱}\left(\frac{۱}{x^{۲}+۱}\right)^{-۲}=۱\Rightarrow(x^{۲}+۱)^{K-۱}(x^{۲}+۱)^{۲}=۱\Rightarrow(x^{۲}+۱)^{K+۱}$

$=۱\quad\Rightarrow(x^{۲}+۱)^{۰}=۱\quad\Rightarrow\quad K+۱=۰\quad\Rightarrow\quad \boxed{K=-۱}$

۴- $a=\frac{۳^{K}(۱+۳+۹)}{۹^{K}(۹+۴)}=۳^{-K}\quad b=\frac{۲۷^{K}(۱+۳)}{۳^{۴K}}=۳^{-K}\times۴\Rightarrow\frac{a}{b}=\frac{۳^{-K}}{۴\times۳^{-K}}=\frac{۱}{۴}\Rightarrow$

$\boxed{b=۴a}$

۵- $\begin{matrix}x=۲^{۳a}\\ y=۲^{۳-۳a}\end{matrix}\quad\Rightarrow x.y=۲^{۳}\quad\Rightarrow\quad ۳xy-\frac{۸}{xy}=۲۴-۱=۲۳$

۶- $۲^{a-۴}\times۲^{b+۱}\times۳^{b+۱}\times۲^{c-۲}\times۵^{c-۲}=۳^{۲}\times۵\Rightarrow۲^{a+b+c-۵}\times۳^{b+۱}\times۵^{c-۲}=$

$۳^{۲}\times۵\quad\Rightarrow\begin{cases}a+b+c-۵=۰\\ b+۱=۲\quad\Rightarrow b=۱\\ c-۲=۱\quad\Rightarrow\quad c=۳\end{cases}\quad\Rightarrow\quad a+۱+۳-۵=۰\quad\Rightarrow\quad\boxed{a=۱}$

۷- $x^{۲۵۶}=۲۵۶^{۳۲}\quad\Rightarrow x^{۲۵۶}=(۲^{۸})^{۳۲}\quad\Rightarrow x^{۲۵۶}=۲^{۲۵۶}\quad\Rightarrow\quad\boxed{x=۲}$

۸- $\left(\sqrt[۱۲]{۵}+۲\sqrt[۱۲]{۵}-۵\sqrt[۱۲]{۵}\right)\left(\sqrt[۴]{۵^{۳}}\right)=\left(-۲\sqrt[۱۲]{۵}\right)\left(\sqrt{۵}\right)=-۲\sqrt[۱۲]{۵\times۵^{۶}}=-۲\sqrt[۱۲]{۵^{۷}}$

۹- $\sqrt{(۱-\sqrt{۲})^{۲}}+۲\sqrt{\frac{۱}{۲}}-\sqrt[۴]{۶۴}=|۱-\sqrt{۲}|+\frac{۲}{\sqrt{۲}}-\sqrt[۴]{۲^{۶}}=-۱+\sqrt{۲}+\sqrt{۲}-۲\sqrt{۲}=-۱$

۱۰- $\frac{۳^{۹}\times۲^{۱۲}\times۲^{۸}\times۳^{۴}\times۳^{۵}\times۲^{۵}}{۲^{۹}\times۳^{۱۰}\times۳^{۴}\times۲^{۸}}=۲^{x}\times۳^{y} \quad\Longrightarrow\quad ۳^{۱۸}\times۲^{۲۵}\times۲^{-۱۷}\times۳^{-۱۴}=۲^{x}\times۳^{y}$

$\Longrightarrow \quad ۳^{۴}\times۲^{۸}=۲^{x}\times۳^{y} \quad\Longrightarrow \begin{cases} x=۸ \\ y=۴ \end{cases}$

۱۱- $\frac{a}{\sqrt{ab}}+\frac{\sqrt{ab}}{b}+۲\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{ab+ab}{b\sqrt{ab}}+۲\sqrt{\frac{ab}{b^{۲}}}=\frac{۲ab}{b\sqrt{ab}}+\frac{۲\sqrt{ab}}{b}=\frac{۲ab+۲ab}{b\sqrt{ab}}=\frac{۴ab}{b\sqrt{ab}}$

$=\frac{۴a}{\sqrt{ab}}\times\frac{\sqrt{ab}}{\sqrt{ab}}=\frac{۴a\sqrt{ab}}{ab}=\frac{۴\sqrt{ab}}{b}$

۱۲- $\frac{۵}{\sqrt[۴]{۸}-\sqrt[۴]{۳}}\times\frac{\sqrt[۴]{۸}+\sqrt[۴]{۳}}{\sqrt[۴]{۸}+\sqrt[۴]{۳}}=\frac{۵\sqrt[۴]{۸}+۵\sqrt[۴]{۳}}{\sqrt{۸}-\sqrt{۳}}\times\frac{\sqrt{۸}+\sqrt{۳}}{\sqrt{۸}+\sqrt{۳}}=\frac{(۵\sqrt[۴]{۸}+۵\sqrt[۴]{۳})(\sqrt{۸}+\sqrt{۳})}{۵}$

$\frac{۱}{\sqrt{۱+\sqrt{۲}}}\times\frac{\sqrt{۱+\sqrt{۲}}}{\sqrt{۱+\sqrt{۲}}}=\frac{\sqrt{۱+\sqrt{۲}}}{۱+\sqrt{۲}}\times\frac{۱-\sqrt{۲}}{۱-\sqrt{۲}}=\frac{\sqrt{(۱+\sqrt{۲})(۱-\sqrt{۲})^{۲}}}{-۱}=-\sqrt{\sqrt{۲}-۱}$

۱۳- $\sqrt{۵+۲\sqrt{۶}}=\sqrt{۳+۲+۲\sqrt{۶}}=\sqrt{(\sqrt{۳}+\sqrt{۲})^{۲}}=\sqrt{۳}+\sqrt{۲}$

۱۴- الف) $\frac{۲-\sqrt{۲}}{\sqrt{۷}-\sqrt{۵}}\times\frac{\sqrt{۷}+\sqrt{۵}}{\sqrt{۷}+\sqrt{۵}}=\frac{۲\sqrt{۷}+۲\sqrt{۵}-\sqrt{۱۴}-\sqrt{۱۰}}{۲}$

ب) $\frac{۳+\sqrt{۳}}{۲\sqrt[۳]{۲}}\times\frac{\sqrt[۳]{۲^{۲}}}{\sqrt[۳]{۲^{۲}}}=\frac{۳\sqrt[۳]{۴}+\sqrt[۶]{۳^{۳}\times۲^{۴}}}{۲\times۲}=\frac{۳\sqrt[۳]{۴}+\sqrt[۶]{۳^{۳}\times۲^{۴}}}{۴}$

۱۵- $\sqrt{(x-۱۴)^۲}+\sqrt{x^۲}=|x-۱۴|+|x|=\left|۷-\sqrt{۵}-۱۴\right|+\left|۷-\sqrt{۵}\right|=$

$\left|-۷-\sqrt{۵}\right|+۷-\sqrt{۵}=۷+\sqrt{۵}+۷-\sqrt{۵}=۱۴$

۱۶- $-x-|x-۱|+\frac{|x-۲|}{x-۲}=-x+x-۱+\frac{-(x-۲)}{x-۲}=-۱-۱=-۲$

۱۷- $\frac{\left(\frac{۱۲۵}{۱۰۰۰}\right)^{۱۱}\times\left(\frac{۶۲۵}{۱۰۰۰۰}\right)^{-۲۰}}{\left(\frac{۲۵}{۱۰۰}\right)^{-۱۵}\times۲^{-۵۰}}=\frac{\left[\left(\frac{۱}{۲}\right)^{۳}\right]^{۱۱}\times\left[\left(\frac{۱}{۲}\right)^{۴}\right]^{-۲۰}}{\left[\left(\frac{۱}{۲}\right)^{۲}\right]^{-۱۵}\times۲^{-۵۰}}=\frac{۲^{-۳۳}\times۲^{۸۰}}{۲^{۳۰}\times۲^{-۵۰}}=\frac{۲^{۴۷}}{۲^{-۲۰}}=۲^{۶۷}$

۱۸- $۴-۴[۴-۴(-۱)]^{-۱}\times۶=۴-۴(۸)^{-۱}\times۶=۴-۴\left(\frac{۱}{۸}\right)\times۶=۴-۳=۱$

۱۹- $۲^{K+۳}-۲^{K-۱}=۶۰\Longrightarrow\ ۲^{K}(۲^{۳}-۲^{-۱})=۶۰\ \Longrightarrow ۲^{K}\left(۸-\frac{۱}{۲}\right)=۶۰$

$۲^{K}\left(\frac{۱۵}{۲}\right)=۶۰\ \Longrightarrow ۲^{K}=۶۰\times\frac{۲}{۱۵}\ \Longrightarrow ۲^{K}=۸=۲^{۳}\ \Longrightarrow \boxed{K=۳}$

۲۰- $\sqrt{(۴-۲\sqrt{۳})}\times\sqrt{(۴+۲\sqrt{۳})}=\sqrt{(۴-۲\sqrt{۳})(۴+۲\sqrt{۳})}=\sqrt{۱۶-۱۲}=۲$

۲۱- $\sqrt[n]{\frac{x}{\frac{۱}{x^{n-۱}}}}=x^{\frac{۱}{۵}}\ \Longrightarrow\sqrt[n]{x^{۱-\frac{۱}{n+۱}}}=x^{\frac{۱}{۵}}\ \Longrightarrow\ \sqrt[n]{x^{\frac{n}{n+۱}}}=x^{\frac{۱}{۵}}\Longrightarrow\ x^{\frac{\frac{n}{n}}{n+۱}}=x^{\frac{۱}{۵}}\ \Longrightarrow$

$x^{\frac{۱}{n+۱}}\ \Longrightarrow x^{\frac{۱}{۵}}\Longrightarrow\ n+۱=۵\ \Longrightarrow\boxed{n=۴}$

۲۲- $\boxed{n=۳} \Leftarrow ۳\sqrt{۵}=n\sqrt{۵} \Leftarrow ۲\sqrt{۴\times۵}-\sqrt{۹\times۵}+\frac{۱}{۲}\sqrt{۱۶\times۵}=n\times\sqrt{۵}$

۲۳- ۴۷ رقمی است.

$$۸^{۱۷}\times۵^{۴۵}=(۲^{۳})^{۱۷}\times۵^{۴۵}=۲^{۵۱}\times۵^{۴۵}=۲^{۶}\times۲^{۴۵}\times۵^{۴۵}=۶۴\times۱۰^{۴۵}$$

۲۴-

$$۵^{۹۸}=\frac{۵^{۱۰۰}}{۵^{۲}}=\frac{(۵^{۵۰})^{۲}}{۵^{۲}}=\frac{(۲۵a+۵۰)^{۲}}{۵^{۲}}=\frac{(۲۵a+۵۰)(۲۵a+۵۰)}{۲۵}=\frac{۲۵(a+۲)(۲۵)(a+۲)}{۲۵}=۲۵(a+۲)^{۲}$$

۲۵- $۲۵A^{۱۶}=۲۵\times\left(۵^{۲^{۳}}\right)^{۱۶}=۲۵\times(۵^{۸})^{۱۶}=۵^{۲}\times۵^{۱۲۸}=۵^{۱۳۰}$

فصل پنجم

۱- الف) $\alpha - ۱ + \beta + ۱ + \sigma = ۷ \implies \alpha + \beta + \sigma = ۷$

ب) $\beta + ۱ + \alpha - ۱ = ۱۰ \implies \alpha + \beta = ۱۰ \implies ۵\alpha + ۵\beta = ۵۰$

ج) $A = -\frac{۳}{۵}x^{\alpha-۱}y^{\beta-۱}Z^{\sigma} \implies A^۲ = \frac{۹}{۲۵}x^{۲\alpha-۲}y^{۲\beta+۲}Z^{۲۵} \implies ۲\beta + ۲ = ۱۸ \boxed{\beta = ۸}$

۲- الف) $a^۲ + ۲ + ۱ - ۲a\sqrt{۲} + ۲a - ۲\sqrt{۲} = a^۲ + a\left(۲ - ۲\sqrt{۲}\right) + ۳ - ۲\sqrt{۲}$

ب) $x^۴ - ۸$

ج) $۲x^۲ + ۲y^۲$

د) $(x^۲ - ۱)(x^۲ - ۴) = x^۴ - ۵x^۲ + ۴$

۳-

الف) $(x - y)^۲ = x^۲ + y^۲ - ۲xy = (x + y)^۲ - ۲xy - ۲xy = (۲)^۲ - ۴(-۴) = ۲۰$

ب) $\sqrt{x} + \sqrt{y} = A \implies x + y + ۲\sqrt{xy} \implies ۲ + ۲\sqrt{-۴}$ تعریف نمی شود

ج) $\sqrt{x} - \sqrt{y} = A \implies x + y - ۲\sqrt{xy} = A^۲ \implies ۲ - ۲\sqrt{-۴}$ تعریف نمی شود

د) $x^۴ + y^۴ = (x^۲ + y^۲)^۲ - ۲x^۲y^۲ = [(x + y)^۲ - ۲xy] - ۲(xy)^۲ = [۴ + ۸]$

$-۲(-۴)^۲ = ۱۲ - ۲(۱۶) = ۱۲ - ۳۲ = -۲۰$

۴- $\begin{cases} a + ۴b = ۱۰ \\ b + ۴c = ۱۵ \\ c + ۴a = ۲۰ \end{cases} \implies ۵a + ۵b + ۵c = ۴۵ \implies \boxed{a + b + c = ۹}$

۵- $۳b-a=۶ \Rightarrow ۳b-۶=a \quad \Rightarrow \quad \frac{۵^{۳b-۶}}{۵^{۳b-۳}}=۵^{-۳}=\frac{۱}{۱۲۵}$

۶- $\frac{۱}{x^۲}+\frac{۱}{y^۴}=\frac{۱}{۵^۳} \quad , \quad \frac{۱}{x}=\frac{۲}{y^۲} \quad \Rightarrow \quad y^۲=۲x$

$\frac{۴}{y^۴}+\frac{۱}{y^۴}=\frac{۱}{۵^۳} \Rightarrow \frac{۱}{y^۴}\times ۵=\frac{۱}{۵^۳} \Rightarrow y^۴=۵^۴ \Rightarrow y=\pm ۵ \Rightarrow x=\frac{y^۲}{۲}=\frac{۲۵}{۲}$

۷- $۱\times(a+b)(a^۲+b^۲)(a^۴+b^۴)=(a-b)(a+b)(a^۲+b^۲)(a^۴+b^۴)=$

$(a^۲-b^۲)(a^۲+b^۲)(a^۴+b^۴)=(a^۴-b^۴)(a^۴+b^۴)=a^۸-b^۸$

۸- $(a+b+c)^۲=۸۱ \quad \Rightarrow \quad a^۲+b^۲+c^۲+۲(ab+ac+bc)=۸۱ \quad \Rightarrow$

$a^۲+b^۲+c^۲=۲۹ \Rightarrow \ ۲۹+۲(ab+ac+bc)=۸۱ \quad ab+ac+bc=۲۶$

۹- $\left(\sqrt{۵}+۲\right)^۲\left(\sqrt{۵}+۲\right)^{۱۸}\left(\sqrt{۵}-۲\right)^{۱۸}=\left(۵+۲+۴\sqrt{۵}\right)(۵-۴)=۷+۴\sqrt{۵}$

۱۰- $x-\frac{۱}{x}=۵ \Rightarrow \left(x-\frac{۱}{x}\right)^۳=۵^۳ \Rightarrow x^۳-\frac{۱}{x^۳}-۳\left(x-\frac{۱}{x}\right)=۱۲۵ \Rightarrow x^۳-\frac{۱}{x^۳}$

$-۱۵=۱۲۵ \quad \Rightarrow \ x^۳-\frac{۱}{x^۳}=۱۴۰$

۱۱-

$x+y=-Z \xrightarrow{\text{به توان ۳}} x^۳+y^۳+۳xy\left(\overbrace{x+y}^{-z}\right)=-Z^۳ \Rightarrow x^۳+y^۳-۳xy$

$=-Z^۳ \quad \Rightarrow \quad x^۳+y^۳+Z^۳=۳xyZ$

۱۲- $\sqrt{x^2+2x+3}=\sqrt{(x^2+2x+1)+2}=\sqrt{(x+1)^2+2}=$

$\sqrt{(\sqrt{2}-1+1)^2+2}=\sqrt{2+2}=4 \quad \Rightarrow \sqrt{x^2+2x+3}=2$

۱۳- $x=\frac{\sqrt{2}-2}{\sqrt{2}}\times\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\frac{2-2\sqrt{2}}{2}=1-\sqrt{2} \quad \Rightarrow \quad x^2=3-2\sqrt{2} \;\; x(x^2-5)=$

$(1-\sqrt{2})(3-2\sqrt{2}-5)=(1-\sqrt{2})(-2-2\sqrt{2})=-2(\sqrt{2}+1)(1-\sqrt{2})=$

$-2(1-2)=-2(-1)=2$

۱۴- $\frac{a^2-1}{a+1-2\sqrt{a}+2\sqrt{a}}=\frac{a^2-1}{a+1}=\frac{(a-1)(a+1)}{a+1}=a-1$

۱۵- نکته: اگر $a+b+c=0 \quad \Rightarrow \quad a^3+b^3+c^3=3abc$

چون $(-2+\sqrt{3})+(-2\sqrt{3})+(2+\sqrt{3})=0 \quad \Rightarrow$

$(-2+\sqrt{3})^3+(-2\sqrt{3})^3+(2+\sqrt{3})^3=3(\sqrt{3}-2)(-2\sqrt{3})(\sqrt{3}+2)=$

$3(3-4)(-2\sqrt{3})=6\sqrt{3}$

۱۶- $a^2+b^2=2a+2b-2 \quad \Rightarrow \quad a^2+b^2-2a-2b+2=0 \quad \Rightarrow$

$a^2+b^2-2a-2b+1+1=0 \Rightarrow (a-1)^2+(b-1)^2=0$

$\Rightarrow \begin{cases} a-1=0 & \boxed{a=1} \\ b-1=0 & \boxed{b=1} \end{cases}$

۱۷- $۴a^۲ + ۱ - ۴a + a^۲b^۲ - ۲ab + ۱ = ۰ \implies (۲a - ۱)^۲ + (ab - ۱)^۲ = ۰ \implies$

$$\begin{cases} ۲a - ۱ = ۰ \implies \boxed{a = \frac{۱}{۲}} \\ ab - ۱ = ۰ \implies b = \frac{۱}{a} \implies \boxed{b = ۲} \end{cases}$$

۱۸- $ax^۳ - ۲ax^۲ + bx^۳ - bx^۲ + b + cx^۳ + cx + ۲c + x^۲ + x + ۱ = ۰$

$$(a + b + c)x^۳ + (-۲a - b + ۱)x^۲ + (c + ۱)x + b + ۲c + ۱ = ۰$$

$$\begin{cases} a + b + c = ۰ \\ -۲a - b + ۱ = ۰ \\ c + ۱ = ۰ \implies \boxed{c = -۱} \end{cases} \quad b + ۲c + ۱ = ۰ \implies b - ۲ + ۱ = ۰ \implies \boxed{b = ۱}$$

$$a + b + c = ۰ \implies a + ۱ - ۱ = ۰ \quad \boxed{a = ۰}$$

۱۹- الف) $\frac{a^۲}{b^۴} - ۶\frac{a}{b^۲} + ۹ = \left(\frac{a}{b^۲} - ۳\right)^۲$

ب) $۳x^۳(x^۲ - ۲x + ۱) + ۲(x^۲ - ۲x + ۱) = (x^۲ - ۲x + ۱)(۳x^۳ + ۲) =$

$(x - ۱)^۲(۳x^۳ + ۲)$

۲۰- $t^۲ + \frac{۱}{t^۲} = \left(t - \frac{۱}{t}\right)^۲ + ۲ = ۲۷$

۲۱- $\left(a^۲ + b^{m+n} - ۲ab^{\frac{m+n}{۲}}\right)$

۲۲- $۹x^۲ - ۱۲x + ۴ = (۳x - ۲)^۲ = [۳(y + ۱) - ۲]^۲ = (۳y + ۱)^۲ = ۹y^۲ + ۶y + ۱$

۲۳- $a^۳ - b^۳ - ۳a^۲b + ۳ab^۲ - a^۳ - b^۳ = ۳ab^۲ - ۳a^۲b - ۲b^۳ = b(۳ab - ۳a^۲ - ۲b^۲)$

۲۴- $x^۳ + y^۳ = (x+y)^۳ - ۳xy(x+y) = ۴^۳ - ۱۵(۴) = ۶۴ - ۶۰ = ۴$

۲۵- $x^۳ + x - ۱ - ۱ = (x-۱)(x^۲ + x + ۱) + (x-۱) = (x-۱)(x^۲ + x + ۲)$

۲۶- $A + x^۵ + ۱ = x^۷ + ۲x^۴ - \sqrt{۲} \implies A = x^۷ - x^۵ + ۲x^۴ - \sqrt{۲} - ۱$

۲۷- $a = ۱ - b \implies (۱-b)(۱-b+۱) + b(b+۱) = \text{II} \implies$

$(۱-b)(۲-b) + b^۲ + b = \text{II} \implies ۲ - b - ۲b + b^۲ + b^۲ + b = \text{II} \implies$

$۲b^۲ - ۲b + ۲ = \text{II} \implies ۲b(b-۱) + ۲ = \text{II} \implies ۲b(-a) + ۲ = \text{II}$

$۲ - ۲ab = \text{II} \implies ۲(۱ - ab) = \text{II}$

۲۸- ۱) $x - ۳\sqrt{x} + ۲$

۲) $(x^۲ + x)^۲ + (x^۲ + x) - ۲ = x^۴ + x^۲ + ۲x^۳ + x^۲ + x - ۲ = x^۴ + ۲x^۳ + ۲x^۲ + x - ۲$

۳) $(x^۲ - ۴)(x^۲ + ۷) = x^۴ + ۳x^۲ - ۲۸$

۴) $(x^۲ - ۴)(x^۲ + ۱)(x^۴ - ۳x^۲ + ۴) = (x^۴ - ۳x^۲ - ۴)(x^۴ - ۳x^۲ + ۴) =$

$= (x^۴ - ۳x^۲)^۲ - ۱۶ = x^۸ + ۹x^۴ - ۶x^۶ - ۱۶$

۵) $x^۲ - ۹ - x^۲ + ۳۶ = ۲۷$

۲۹- ۹ قسمت حل شده این سوال به علت نداشتن نکته خاص به عهده ی دانش آموزان عزیز می باشد.

۳۰- $x^۴+۴=(x^۲+۲)^۲-۴x^۲=(x^۲+۲-۲x)(x^۲+۲+۲x)$

۳۱- $x+\frac{۱}{x}+۲-x-x^{-۱}=\frac{۱}{x}+۲-\frac{۱}{x}=۲$

۳۲- $x^۲-y^۲=۱۰ \implies (x+y)(x-y)=۱۰ \implies (-۲)(x-y)=۱۰$

$\implies x-y=-۵ \implies x-y+۲=-۳$

۳۳-

$$x^۲+y^۲+Z^۲-xy-xz-yz=۰ \xrightarrow{\times ۲} ۲x^۲+۲y^۲+۲z^۲-۲xy-۲xz-۲yz=۰$$

$$\implies \underset{\times}{x^۲}+\underset{o}{x^۲}+\underset{\times}{y^۲}+\underset{\square}{y^۲}+\underset{o}{z^۲}+\underset{\square}{z^۲}-\underset{o}{۲xz}-\underset{\square}{۲yz}-\underset{\times}{۲xy}=۰$$

$$(x-y)^۲+(x-z)^۲+(y-z)^۲=۰ \quad \begin{cases} x-y=۰ \\ x-z=۰ \\ y-z=۰ \end{cases} \implies x=y=z$$

۳۴-

$$a^۲+b^۲=۳ab \implies \begin{cases}(a+b)^۲-۲ab=۳ab \\ (a-b)^۲+۲ab=۳ab\end{cases} \implies \begin{cases}(a+b)^۲=۵ab \\ (a-b)^۲=ab\end{cases} \implies$$

$$\left(\frac{a+b}{a-b}\right)^۲=۵ \implies \left(\frac{a+b}{a-b}\right)^۶=۵^۳=۱۲۵$$

۳۵-

۱) $m^۴+۲m^۲n^۲+n^۴-m^۲n^۲=(m^۲+n^۲)^۲-m^۲n^۲=(m^۲+n^۲-mn)(m^۲+n^۲+mn)$

۲) $(x+a)^۲ - y^۲ = (x+a-y)(x+a+y)$

۳) $۳(x^۲ - ۹y^۲) = ۳(x-۳y)(x+۳y)$

-۳۶ $x^۴ + P^۲x^۲ + ۱ + ۲Px^۳ + ۲x^۲ + ۲Px = x^۴ + Kx^۳ + ۶x^۲ + Kx + ۱$

$$\begin{cases} ۲P = K \\ P^۲ + ۲ = ۶ \end{cases} \implies P^۲ = ۴ \implies P = \pm ۲ \implies \boxed{K = \pm ۴}$$

-۳۷ $x^۴ - ۶x^۳ + ax^۲ + bx + ۱ = (x^۲ + \alpha x + ۱)^۲ = x^۴ + \alpha^۲x^۲ + ۱ + ۲\alpha x^۳ + ۲x^۲ + ۲\alpha x$

$$x^۴ - ۶x^۳ + ax^۲ + bx + ۱ = x^۴ + ۲\alpha x^۳ + x^۲(\alpha^۲ + ۲) + ۲\alpha x + ۱$$

$۲\alpha = -۶ \implies \boxed{\alpha = -۳} \qquad b = ۲\alpha \implies \boxed{b = -۶} \implies$

$\alpha^۲ + ۲ = a \implies \boxed{a = ۱۱} \qquad x^۴ - ۶x^۳ + ۱۱x^۲ - ۶x + ۱ = (x^۲ - ۳x + ۱)^۲$

-۳۸ ۱) $\left(a - \frac{۱}{a}\right)^۲ - ۴b^۲ = \left(a - \frac{۱}{a} - ۲b\right)\left(a - \frac{۱}{a} + ۲b\right)$

۲) $۲۵x^۲ - ۱۰x - ۱۵ = ۵A \implies (۵x-۵)(۵x+۳) = ۵A \implies = (x-۱)(۵x+۳$

۳) $\left(x^۳ - \frac{۱}{x^۳}\right)\left(x^۳ + \frac{۱}{x^۳}\right) = \left(x - \frac{۱}{x}\right)\left(x^۲ + \frac{۱}{x^۲} + ۱\right)\left(x + \frac{۱}{x}\right)\left(x^۲ + \frac{۱}{x^۲} - ۱\right)$

۴) $\underbrace{۴a^۲ - ۴a + ۱} - b^۲ - ۴b - ۴ = (۲a-۱)^۲ - (b+۲)^۲ =$

$= (۲a - ۱ - b - ۲)(۲a - ۱ + b + ۲) = (۲a - b - ۳)(۲a + b + ۱)$

۵) $۴x^۲ + ۴xy + y^۲ - x^۲ = (۲x+y)^۲ - x^۲ = (۲x + y - x)(۲x + y + x)$

$= (x+y)(۳x+y)$

-۳۹ $۲x^۲ + ۷x + ۳ = A \implies ۴x^۲ + ۱۴x + ۶ = ۲A \implies$

$(۲x+۶)(۲x+۱) = ۲A \implies (x+۳)(۲x+۱)$

-۴۰ ۱) $(c-۳)^۲ - t^۲ = (c-۳+t)(c-۳-t)$

۲) $x^۲(x+۱) - ۴(x+۱) = (x+۱)(x^۲-۴) = (x+۱)(x-۲)(x+۲)$

۳) $(x^۲ - ۸x + ۸ - ۸)(x^۲ - ۸x + ۸ + ۸) = x(x-۸)(x-۴)^۲$

۴) $(x+۲)(x^۲+۲۵) - ۱۰x(x+۲) = (x+۲)(x^۲+۲۵-۱۰x) = (x+۲)(x-۵)^۲$

۵) $a(a-۲)(a-۴) + ۴(a-۲) = (a-۲)(a^۲-۴a+۴) = (a-۲)(a-۲)^۲ = (a-۲)^۳$

۶) $(a-b)^۲$

۷) $-(n^۲ - ۷n - ۱۸) = -(n-۹)(n+۲)$

۸) $(۵x-۷)(۵x+۶)$

۹) $۴x^۲ + ۱۴x + ۶ = ۲A \quad (۲x+۶)(۲x+۱) = ۲A \quad (x+۳)(۲x+۱) = A$

۱۰) $۳۶x^۲ - ۶x - ۶ = ۶A \implies (۶x-۳)(۶x+۲) = ۶A \implies (۲x-۱)(۳x+۱)$

۱۱) $(a+۵)(a^۲ - ۵a + ۲۵)$

۱۲) $(axy-۱)(a^۲x^۲y^۲ + ۱ + axy)$

۱۳) $۴x^۲ + ۱۸x + ۸ = ۲A \implies (۲x+۸)(۲x+۱) = ۲A \implies (x+۴)(۲x+۱) = A$

۱۴) $z(x+۲) + ۳(x+۲) = (x+۲)(z+۳)$

۱۵) $۲۵x^۲ - ۳۰x + ۵ = ۵A \implies (۵x-۵)(۵x-۱) = ۵A \implies (x-۱)(۵x-۱) = A$

۱۶) $\left(a + \frac{۱}{۳}\right)^۲$

فصل ششم

۱- $m_{AB}=m_{Ac} \Rightarrow \frac{۲-m}{۳-m-۱}=\frac{۲-m-۱}{۳-m^۲} \Rightarrow \frac{۲-m}{۲-m}=\frac{۱-m}{۳-m^۲}$

$۳-m^۲=۱-m \Rightarrow m^۲-m-۲=۰ \ (m-۲)(m+۱)=۰ \begin{cases} m=۲ & \text{غ.ق.ق} \\ \boxed{m=-۱} \end{cases}$

۲-
$۱۲-x-۳y=۶x \Rightarrow ۷x+۳y=۱۲ \quad m=-\frac{۷}{۳}$
$۲x+۲y=۱۸y-۶x \Rightarrow ۸x-۱۶y=۰ \quad m=\frac{۱}{۲}$
$۶y=۹x-۶ \Rightarrow m=\frac{۹}{۶} \Rightarrow m=\frac{۳}{۲}$
$۵x-۱۰y=۱۵ \Rightarrow m=\frac{۵}{۱۰} \Rightarrow m=\frac{۱}{۲}$

۳- $K+۲=۰ \Rightarrow K=-۲$

۴- $\begin{matrix} \text{شیب}(۱)=-\frac{m+۱}{m} \\ \text{شیب}(۲)=\frac{-۲m}{۱+۳m} \end{matrix} \Rightarrow \frac{m+۱}{m}=\frac{۲m}{۱+۳m} \Rightarrow ۲m^۲=۱+۴m+۳m^۲ \Rightarrow$

$m^۲+۴m+۱=۰ \Rightarrow m^۲+۴m+۴-۴+۱=۰ \Rightarrow$
$(m+۲)^۲=۳ \Rightarrow \begin{cases} m+۲=\sqrt{۳} \\ m+۲=-\sqrt{۳} \end{cases} \Rightarrow \boxed{m=-۲\pm\sqrt{۳}}$

۵- $m = -\frac{۱}{m'} \implies m = -\frac{۱}{-\frac{۱}{۲}} = ۲ \qquad m' = -\frac{۱}{۲}$

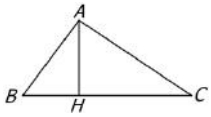
$y + ۱ = ۲(x - ۲) \implies y = ۲x - ۵ \xrightarrow{x=۰} y = -۵ \qquad B\left|\begin{matrix}۰\\-۵\end{matrix}\right.$

۶- $A\left|\begin{matrix}۱\\۲\end{matrix}\right. \qquad B\left|\begin{matrix}-۲\\۳\end{matrix}\right. \qquad C\left|\begin{matrix}۰\\-۴\end{matrix}\right.$

الف) $m_{BC} = \frac{۳+۴}{-۲-۰} = -\frac{۷}{۲} \implies y + ۴ = -\frac{۷}{۲}x \xrightarrow{BC} y = -\frac{۷}{۲}x - ۴$

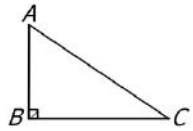
ب) $m_{AH} = -\frac{۱}{m_{BC}} = \frac{۲}{۷} \implies y - ۲ = \frac{۲}{۷}(x - ۱) \implies ۷y - ۱۴ = ۲x - ۲ \implies$

معادله ارتفاع AH $۷y - ۲x - ۱۲ = ۰$



۷- $m_{AB} = -\frac{۱}{m_{BC}} \implies m_{AB} = \frac{-۱+۳}{۲m-۲} = \frac{۱}{m-۱}$

$m_{BC} = \frac{۳+۱}{m-۱-۲m} = \frac{۴}{-m-۱} \implies$

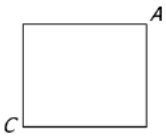


$m_{AB} \times m_{BC} = -۱ \implies \frac{۴}{-(m-۱)(m+۱)} = -۱ \implies m^۲ - ۱ = ۴ \implies$

$\boxed{m = \pm\sqrt{۵}}$

۸- $AC = \sqrt{(۲+۳)^۲ + (-۳+۶)^۲} = \sqrt{۲۵+۹} =$

قطر مربع $\sqrt{۳۴}$



$S_{\square} = \frac{\sqrt{۳۴} \times \sqrt{۳۴}}{۲} = ۱۷$

۹- $A\begin{vmatrix}a\\a\end{vmatrix}$ $\quad Ao=\sqrt{۲} \Rightarrow \sqrt{a^۲+a^۲}=\sqrt{۲} \Rightarrow ۲a^۲=۲ \Rightarrow \boxed{a=\pm ۱}$

$A\begin{vmatrix}۱\\۱\end{vmatrix}$ یا $A\begin{vmatrix}-۱\\-۱\end{vmatrix}$

۱۰- $\frac{x_D-x_A}{x_A-x_C}+\frac{x_B-X_D}{x_C-x_B}=-۱ \Rightarrow \frac{x_D+۲}{-۲+۱}+\frac{۵-x_D}{-۱-۵}=-۱ \Rightarrow -x_D-۲+\frac{۱}{۶}x_D-\frac{۵}{۶}=-۱ \Rightarrow$

$-\frac{۵}{۶}x_D=\frac{۱۷}{۶}-۱ \Rightarrow -۵x_D=۱۱ \qquad \boxed{x_D=-\frac{۱۱}{۵}}$

۱۱- $x_D=-۵ \quad x_A=۳ \quad x_C=? \quad ۲(x_A-x_C)+۳(x_B-x_C)=۳(x_B-x_A)$

$۶-۲x_c-۱۵-۳x_C=-۱۵-۹ \Rightarrow -۵x_C=-۱۵ \Rightarrow \boxed{x_C=۳}$

۱۲- $\begin{cases}\frac{۱}{y}+\frac{۱}{x}=۴\\ \frac{۱}{y}-\frac{۱}{x}=۲\end{cases} \Rightarrow \frac{۲}{y}=۶ \Rightarrow \boxed{y=\frac{۱}{۳}}$

$\frac{۱}{x}=۴-۳=۱ \Rightarrow \boxed{x=۱}$

۱۳- $\begin{cases}۳x+۳y-۲x+۲y=۱۸\\ ۶x+۳-۴y+۱۲=۵۳\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}x+۵y=۱۸\\ ۶x-۴y=۳۸\end{cases} \rightarrow \begin{cases}x+۵y=۱۸\\ ۳x-۲y=۱۹\end{cases}$

$\begin{cases}-۳x-۱۵y=-۵۴\\ ۳x-۲y=۱۹\end{cases} \Rightarrow -۱۷y=-۳۵ \qquad \boxed{y=\frac{۳۵}{۱۷}}$

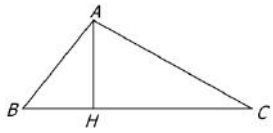
$\begin{cases}۲x+۱۰y=۳۶\\ ۱۵x-۱۰y=۹۵\end{cases} \Rightarrow ۱۷x=۱۳۱ \qquad \boxed{x=\frac{۱۳۱}{۱۷}}$

۱۴- $\begin{cases}۵x+۳y=۳۱۰۰\\ ۶x+۶y=۵۴۰۰\end{cases} \quad \begin{cases}۵x+۳y=۳۱۰۰\\ x+y=۹۰۰\end{cases} \quad \begin{cases}۵x+۳y=۳۱۰۰\\ -۳x-۳y=-۲۷۰۰\end{cases}$

$\Rightarrow ۲x = ۴۰۰$ $x = ۲۰۰$ قیمت چای $y = ۷۰۰$ قیمت نسکافه

x قیمت چای و y قیمت نسکافه

۱۵- $m_{Bc} = \frac{۶+۴}{۰+۲} = ۵ \Rightarrow m_{AH} = -\frac{۱}{۵}$



$$BC \begin{cases} y-۶ = ۵x \\ AH \; y-۱ = -\frac{۱}{۵}(x-۱) \end{cases} \quad \begin{cases} y-۵x = ۶ \\ ۵y+x = ۲ \end{cases} \quad \begin{cases} y-۵x = ۶ \\ ۲۵y+۵x = ۱۰ \end{cases} \Rightarrow$$

$$۲۶y = ۱۶ \quad \boxed{y = \frac{۸}{۱۳}} \begin{cases} -۵y+۲۵x = -۳۰ \\ ۵y+x = ۲ \end{cases} \Rightarrow ۲۶x = -۲۸ \quad x = -\frac{۱۴}{۱۳} \quad H \left| \begin{matrix} -\frac{۱۴}{۱۳} \\ \frac{۸}{۱۳} \end{matrix} \right.$$

۱۶- الف) $m = -\frac{۲}{-۱} = ۲ \quad M \left| \begin{matrix} ۴ \\ ۳ \end{matrix} \right. \Rightarrow y-۳ = ۲(x-۴)$ $\boxed{y = ۲x-۵}$

ب) $\begin{cases} x-y = ۰ \\ ۲x+۳y = ۱۰ \end{cases} \Rightarrow ۵y = ۱۰ \quad y = ۲ \Rightarrow x = ۲ \quad A \left| \begin{matrix} ۲ \\ ۲ \end{matrix} \right.$

$\begin{cases} x+y = ۰ \\ ۲x-y = ۶ \end{cases} \Rightarrow -۳y = ۶ \Rightarrow y = -۲ \Rightarrow x = ۲ \quad A \left| \begin{matrix} ۲ \\ -۲ \end{matrix} \right.$

$m_{AB} = \frac{-۲-۲}{\underline{۲-۲}} \Rightarrow$ $x = ۲$ معادله ی خط

تعریف نشده

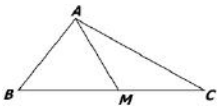
ج) $M \left| \begin{matrix} \frac{۹}{۲} \\ ۲ \end{matrix} \right.$ موازی y ها $\Longrightarrow$ $x = \frac{۹}{۲}$

۱۷- ضلع مربع $\begin{cases} ۲x+۳y-۲=۰ \\ ۲x+۳y+۴=۰ \end{cases} \Rightarrow d=\frac{|c-c'|}{\sqrt{a^۲+b^۲}}=\frac{|۴+۲|}{\sqrt{۴+۹}}=\frac{۶}{\sqrt{۱۳}}$

$$\text{محیط}=۴\times\frac{۶}{\sqrt{۱۳}}=\frac{۲۴\sqrt{۱۳}}{۱۳}$$

$$\text{مساحت}:\left(\frac{۶}{\sqrt{۱۳}}\right)^۲=\frac{۳۶}{۱۳}$$

۱۸-



الف) $AB=\sqrt{(۳+۱)^۲+(۴-۰)^۲}=\sqrt{۱۶+۱۶}$

$AB=۴\sqrt{۲}$

ب) B_C $\overset{M}{\text{وسط}}$ $\left|\begin{matrix}\frac{-۶}{۲}=-۳\\ \frac{۴}{۲}=۲\end{matrix}\right.$ $AM=\sqrt{(۳+۳)^۲+(۴-۲)^۲}=\sqrt{۳۶+۴}=۲\sqrt{۱۰}$

فاصله نقطه از خط (نقطه A از خط BC)

ج) $m_{BC}=\frac{۴-۰}{-۵+۱}=-۱ \Rightarrow y=-۱(x+۱) \Rightarrow y+x+۱=۰$ معادله BC

$$AH=\frac{|۳+۴+۱|}{\sqrt{۱+۱}}=\frac{۸}{\sqrt{۲}}\times\frac{\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}}=۴\sqrt{۲}$$

د) معادله $_{AB}$: $m_{AB}=\frac{۴-۰}{۳+۱}=۱ \Rightarrow \boxed{y=x+۱}$

هـ) $A\left|\begin{matrix}۳\\ ۴\end{matrix}\right.$ $M\left|\begin{matrix}-۳\\ ۲\end{matrix}\right.$ $\Rightarrow m_{AM}=\frac{۴-۲}{۳+۳}=\frac{۱}{۳} \Rightarrow y-۲=\frac{۱}{۳}(x+۳) \Rightarrow \boxed{y=\frac{۱}{۳}x+۳}$

و) $m_{BC}=-۱ \Rightarrow m_{AH}=۱ \Rightarrow y-۴=x-۳ \Rightarrow \boxed{y=x+۱}$

ز) $_{AB}$ $\overset{M}{\text{وسط}}$ $\left|\begin{matrix}۱\\ ۲\end{matrix}\right.$ $m_{AB}=۱ \Rightarrow$ عمود منصف $m=-۱ \Rightarrow y-۲=-۱(x-۱) \Rightarrow$

$\boxed{y=-x+۳}$

ح) $AC=\sqrt{(۳+۵)^۲+(۴-۴)^۲}=۸ \quad BC=\sqrt{(-۵+۱)^۲+(۴-۰)^۲}=۴\sqrt{۲}$

محیط $=۸+۴\sqrt{۲}+۴\sqrt{۲}=۸+۸\sqrt{۲}$

د) مساحت $=\frac{\text{قاعده}\times\text{ارتفاع}}{۲}=\frac{۴\sqrt{۲}\times۴\sqrt{۲}}{۲}=۱۶$

۱۹- $A\left|\begin{matrix}P\\۰\end{matrix}\right. \quad B\left|\begin{matrix}۰\\q\end{matrix}\right. \quad P=۳q$

$A\left|\begin{matrix}\frac{۲-a}{a-۱}\\۰\end{matrix}\right. \quad B\left|\begin{matrix}۰\\\frac{۲-a}{a}\end{matrix}\right. \quad \frac{۲-a}{a-۱}=۳\times\frac{۲-a}{a} \Rightarrow \frac{۱}{a-۱}=\frac{۳}{a} \Rightarrow ۳a-۳=a \Rightarrow$

$۲a=۳ \Rightarrow \boxed{a=\frac{۳}{۲}}$

۲۰-

الف) $AB\begin{cases}x-۲y=-۱\\x+y=-۱\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}-x+۲y=۱\\x+y=-۱\end{cases}\Rightarrow y=۰\Rightarrow x=-۱\Rightarrow \boxed{B\left|\begin{matrix}-۱\\۰\end{matrix}\right.}$

$AB\begin{cases}x-۲y=-۱\\x+۲y=۳\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=۱\\y=۱\end{cases}\Rightarrow A\left|\begin{matrix}۱\\۱\end{matrix}\right.$

$BC\begin{cases}x+y=-۱\\x+۲y=۳\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}-x-y=۱\\x+۲y=۳\end{cases}\Rightarrow y=۴\Rightarrow x=-۵ \quad \boxed{C\left|\begin{matrix}-۵\\۴\end{matrix}\right.}$

ب)

$m_{BC}=\frac{۰-۴}{-۱+۵}=-۱ \Rightarrow m_{AH}=۱$

معادله ی ارتفاع AH $y-۱=۱(x-۱) \Rightarrow \boxed{y=x}$

معادله BC $=y-۰=-۱\,(x+۱)\Rightarrow y+x+۱=۰ \quad AH=\frac{|۱+۱+۱|}{\sqrt{۱+۱}}=\frac{۳}{\sqrt{۲}}$

$$AH = \frac{۳}{\sqrt{۲}} \times \frac{\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}} = \frac{۳\sqrt{۲}}{۲}$$

۲۱- $A\left|\begin{matrix}۰\\ \frac{۱}{۳}\end{matrix}\right.$ $\Rightarrow$ $y - \frac{۱}{۳} = \frac{۲}{۳}x$ $\Rightarrow$ $\boxed{y = \frac{۲}{۳}x + \frac{۱}{۳}}$ $\quad m_{\text{خط}} = -\frac{۲}{-۳} = \frac{۲}{۳}$

۲۲- $\begin{matrix}-۲\\ ۵\end{matrix}\begin{cases}۵x + ۳y = ۴۷\\ ۲x + ۹y = ۵۰\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}-۱۰x - ۶y = -۹۴\\ ۱۰x + ۴۵y = ۲۵۰\end{cases} \Rightarrow ۳۹y = ۱۵۶$ $\quad \boxed{y = ۴}$

گرم گلوله کوچک

گرم گلوله بزرگ $۵x + ۱۲ = ۴۷ \Rightarrow ۵x = ۳۵ \Rightarrow \boxed{x = ۷}$

۲۳-

الف)

ب) $x = \frac{۵}{۳}$

ج) $y = ۲x$

x	y
۰	۰
۱	۲

۲

۱

د) $y = -\frac{۲}{۳}$

$y = -\frac{۲}{۳}$

هـ) $y = \frac{۳}{۲}x - ۱$

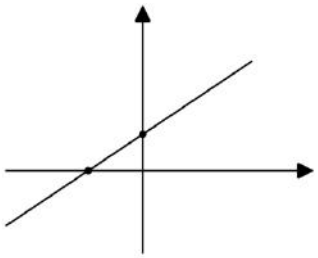
x	y
۰	-۱
۲	۲

و) $y = -\frac{۱}{۲}x + \frac{۱}{۲}$

x	y
۱	۰
۰	$\frac{۱}{۲}$

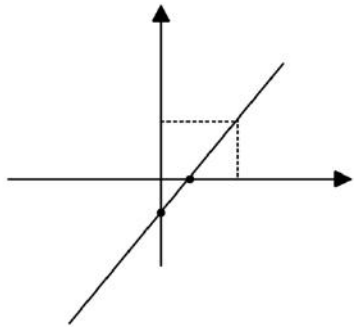
از $y=\frac{۱}{۲}x+\frac{۱}{۲}$

x	y
۰	$\frac{۱}{۲}$
-۱	۰



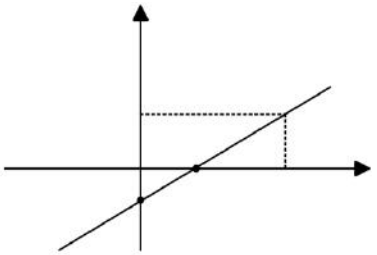
ط $y=\sqrt{۳}x-۱$

x	y
۰	-۱
$\sqrt{۳}$	۲



ی $\sqrt{۵}y=x+۱$

x	y
-۱	۰
۴	$\sqrt{۵}$



۲۴-

$A\left|\begin{matrix}P\\ ۰\end{matrix}\right.$ $B\left|\begin{matrix}۰\\ q\end{matrix}\right.$ $m_{AB}=\frac{۰-q}{P-۰}=\frac{-q}{P}$

$y-q=\frac{-q}{P}x \quad \Rightarrow \quad y+\frac{q}{P}x=q \xrightarrow{\div q} \boxed{\frac{y}{q}+\frac{x}{P}=۱}$

۲۵- یعنی دو خط بر هم منطبق باشند.

$$\frac{a}{۱}=\frac{b+۲}{-۱}=\frac{۵}{-۳} \quad \Longrightarrow \begin{cases} a=-\frac{۵}{۳} \\ -۳b-۶=-۵ \end{cases} \Rightarrow -۳b=۱ \Rightarrow \boxed{b=-\frac{۱}{۳}}$$

-۲۶

$$\begin{cases} y=\frac{x}{۲} \\ y=۲x-۳ \end{cases} \Longrightarrow \frac{x}{۲}=۲x-۳ \Longrightarrow x=۲ \Longrightarrow y=۱ \quad \text{محل تلاقی قطرها } K\Big|_{۱}^{۲}$$

$$\Longrightarrow \quad x_A+x_o=۲x_k \Rightarrow x_A=۴ \qquad y_A+y_o=۲y_k \Rightarrow y_A=۲ \qquad A\Big|_{۲}^{۴}$$

$$AK=CK \Longrightarrow \sqrt{۴+۱}=\sqrt{(a-۲)^۲+(۲a-۳-۱)^۲} \Longrightarrow$$

$$\sqrt{۵}=\sqrt{(a-۲)^۲+(۲a-۲)^۲}=\sqrt{۵} \Longrightarrow$$

$$a-۲=۱ \Longrightarrow \boxed{a=۳} \quad C\Big|_{۳}^{۳} \quad \text{یا} \quad a-۲=-۱ \Longrightarrow a=۱ \quad D\Big|_{-۱}^{۱}$$

۲۷- نکته : یعنی باید به m بستگی نداشته باشد .

ف)
$$\begin{cases} x-۲y+۴=۰ \\ ۳x-۲y+۵=۰ \end{cases} \quad \begin{cases} -x+۲y-۴=۰ \\ ۳x-۲y+۵=۰ \end{cases} \Longrightarrow \begin{matrix} ۲x=-۱ \Rightarrow \boxed{x=-\frac{۱}{۲}} \\ ۲y=-\frac{۱}{۲}+۴=\frac{۷}{۲} \quad \boxed{y=\frac{۷}{۴}} \end{matrix}$$

نقطه ثابت $A\left|\begin{matrix}-\frac{۱}{۲}\\ \frac{۴}{۷}\end{matrix}\right.$

ب) $(۲m-۳)x+(۷-۲m)y+۴=۰ \quad \Longrightarrow$

$\underline{۲m}\,x-۳x+۷y-\underline{۲m}\,y+۴=۰ \quad \Longrightarrow$

$(۲x-۲y)m-۳x+۷y+۴=۰ \Longrightarrow \begin{cases}۲x-۲y=۰ & \Longrightarrow \quad x=y\\ -۳x+۷y+۴=۰ & -۳y+۷y=-۴\end{cases}$

$\Longrightarrow \quad y=-۱ \quad \Longrightarrow \quad x=-۱ \qquad A\left|\begin{matrix}-۱\\ -۱\end{matrix}\right.$

ج) $m\,x+۵my-۳y+۹-۱۳m=۰ \quad \Longrightarrow$

$m(x-۵y-۱۳)-۳y+۹=۰ \quad \Longrightarrow \begin{cases}x+۵y-۱۳=۰\\ -۳y+۹=۰\end{cases} \Longrightarrow y=۳$

$\Longrightarrow \quad x+۱۵-۱۳=۰ \quad \boxed{x=-۲} \qquad A\left|\begin{matrix}-۲\\ ۳\end{matrix}\right.$

د) $m^۲x-x+۳m^۲y-۲my+y-۵m^۲+۴m-۳=۰$

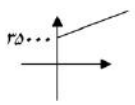
$m^۲(x+۳y-۵)+m(-۲y+۴)-x+y-۳=۰$

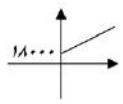
$\Longrightarrow \begin{cases}-۲y+۴=۰ & y=۲\\ -x+۲-۳=۰ & x=-۱\end{cases} \qquad A\left|\begin{matrix}۲\\ -۱\end{matrix}\right.$

۲۸-

$y_۱=۱۱۰۰۰x+۳۵۰۰۰$

$y_۲=۲۱۰۰۰x+۱۸۰۰۰$





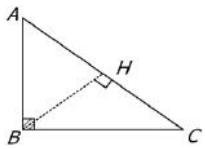
ب) $۲۱۰۰۰x + ۱۸۰۰۰ = ۱۱۰۰۰x + ۳۵۰۰۰ \quad \Rightarrow$

$۱۰۰۰۰x = ۱۷۰۰۰ \quad x = ۱/۷$ یک ساعت و $\frac{۷}{۱۰}$ ساعت

ج) $\begin{cases} y_۱ = ۳۳۰۰۰ + ۳۵۰۰۰ = ۶۸۰۰۰ \\ y_۲ = ۶۳۰۰۰ + ۱۸۰۰۰ = ۸۱۰۰۰ \end{cases}$ از تعمیرگاه شماره ۱

۲۹- اولا) $m_{AB} = \frac{۲}{۲-۲\rightarrow}$ تعریف نشده $\Rightarrow m_۱ = \frac{۲}{۰} \xrightarrow{\text{معادله } AB} \boxed{x = ۲}$

$m_{BC} = \frac{۳-۳}{۰-۲} = ۰ \quad \Rightarrow \quad m_۲ = ۰ \xrightarrow{\text{معادله } BC} y = ۳$



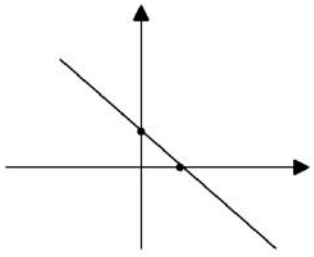
ثانیا)

$m_{AC} = \frac{۳-۱}{۰-۲} = -۱ \quad \Rightarrow m_{AH} = ۱$

معادله ارتفاع BH $y - ۳ = ۱(x - ۲) \Rightarrow \boxed{y = x + ۱}$

ح) $y + \sqrt{۲}x = ۲$

x	y
۰	۲
$\sqrt{۲}$	۰



ثالثا) M وسط $Ac \Big|_{۲}^{۱} \quad m_{BM} = \frac{۳-۲}{۲-۱} = ۱ \quad \Rightarrow y - ۳ = ۱(x - ۲) \quad \boxed{y = x + ۱}$

رابعا) $BM = \sqrt{(۲-۱)^۲ + (۲-۳)^۲} = \sqrt{۲}$

وتر $= AC = \sqrt{(۲-۰)^۲ + (۱-۳)^۲} = \sqrt{۴+۴} = \sqrt{۸} = ۲\sqrt{۲}$

$BM = \frac{۱}{۲} AC = \frac{۱}{۲} \times ۲\sqrt{۲} = \sqrt{۲}$

۳۰- الف) $m(-۳-۲-۵) + ۲(-۹+۲+۱) = ۰ \Rightarrow -۱۰m - ۱۲ = ۰$ $\boxed{m = -\frac{۶}{۵}}$

ب) $m(-۵) + ۲(۱) = ۰ \quad \Rightarrow -۵m = -۲ \quad \Rightarrow$ $\boxed{m = \frac{۲}{۵}}$

ج) $x(m+۶) + y(۲m-۴) = ۵m - ۲ \quad \Rightarrow \quad m+۶ = ۰ \quad \Rightarrow$ $\boxed{m = -۶}$

د) $m_۱ = -\frac{m+۶}{۲m-۴} \qquad m_۲ = -\frac{۲}{۳} \quad \Rightarrow m_۱ = m_۲ \quad \frac{m+۶}{-۲m+۴} = \frac{-۲}{۳} \quad \Rightarrow$

$-۴m - ۸ = ۳m + ۱۸ \quad \Rightarrow -۷m = ۲۶$ $\boxed{m = -\frac{۲۶}{۷}}$

و) $m_۱ = \frac{-m-۶}{۲m-۴} \quad m_۲ = -\frac{۲}{۳} \quad \Rightarrow m_۱ \cdot m_۲ = -۱$

$\frac{-m-۶}{۲m-۴} \times \frac{-۲}{۳} = -۱ \quad \Rightarrow \frac{۲m+۱۲}{۳(۲m-۴)} = -۱ \quad \Rightarrow \quad ۶m - ۱۲ = -۲m - ۱۲$

$\Rightarrow ۸m = ۰$ $\boxed{m = ۰}$

۳۱- قطر مربع ۵ $AB = \sqrt{(۳+۱)^۲ + (۲+۱)^۲} = \sqrt{۱۶+۹} = ۵$ $\quad A\left|\begin{matrix}۳\\-۱\end{matrix}\right. \quad B\left|\begin{matrix}-۱\\۲\end{matrix}\right.$

اولا : $\frac{۵\times۵}{۲} = \frac{۲۵}{۲}$

ثانیا : $m_{AB} = \frac{۲+۱}{-۱-۳} = \frac{۳}{-۴} \Rightarrow y - ۲ = -\frac{۳}{۴}(x+۱) \Rightarrow$

$y = -\frac{۳}{۴}x - \frac{۳}{۴} + ۲ \Rightarrow y - \frac{۳}{۴}x + \frac{۵}{۴}$ معادله ی قطر AB

وسط AB $\left|\begin{matrix}۱\\\frac{۱}{۲}\end{matrix}\right.$ و $m_{CD} = \frac{۴}{۳} \quad \Rightarrow y - \frac{۱}{۲} = \frac{۴}{۳}(x-۱) \quad \Rightarrow$

معادله قطر CD $\quad y=\frac{۴}{۳}x-\frac{۵}{۶} \quad \Leftarrow \quad y=\frac{۴}{۳}x-\frac{۴}{۳}+\frac{۱}{۲}$

۳۲- $\boxed{mn=۱۲} \quad \Leftarrow \quad S=\frac{|\text{طول از مبدأ}\times|\text{عرض از مبدأ}|}{۲}=\frac{|m\times n|}{۲}=۶$

$\frac{x}{m}+\frac{y}{۲}=۱ \quad \Rightarrow \quad \boxed{n=۲} \quad \Rightarrow \quad \boxed{m=۶}$

۳۳- الف) بلی ب) بلی ج) خیر د) بلی هـ) بلی

۳۴- دو خط موازیند

یکدیگر را قطع نمی کنند

$\begin{cases}۳y-x=۲\\۳y=۱+x\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}۳y-x-۲=۰\\۳y-x-۱=۰\end{cases}$

۳۵- $\tan ۳۰=m \quad \Rightarrow \quad m=\frac{\sqrt{۳}}{۳} \quad \Rightarrow y-\sqrt{۳}-۱=\frac{\sqrt{۳}}{۳}(x-۳)$

$y=\frac{\sqrt{۳}}{۳}x-\sqrt{۳}+\sqrt{۳}+۱ \quad \Rightarrow \quad \boxed{y=\frac{\sqrt{۳}}{۳}x+۱}$

۳۶-

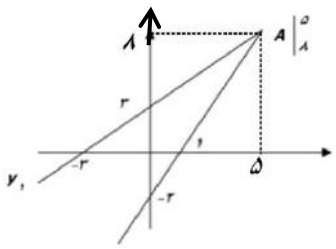
$y_۱=x+۳$

$y=۲x-۲$

$۲x-۲=x+۳$

$\boxed{x=۵}$

$\boxed{y=۸}$



$$\text{مساحت} = \frac{۴ \times ۸}{۲} = ۱۶$$

$$\text{قائده} = ۴$$

$$\text{ارتفاع} = ۸$$

-۳۷

$$\begin{cases} ۲x - y + \frac{۳}{۲} = ۰ \\ ۲x - y - ۱ = ۰ \end{cases}$$

$$d = \frac{|c - c'|}{\sqrt{a^۲ + b^۲}}$$

$$d = \frac{\left|\frac{۳}{۲} + ۱\right|}{\sqrt{۴+۱}} = \frac{\frac{۵}{۲}}{\sqrt{۵}} = \frac{۵}{۲\sqrt{۵}} \times \frac{\sqrt{۵}}{\sqrt{۵}} = \frac{\sqrt{۵}}{۲}$$

ضلع مربع

$$\text{مساحت} = \frac{\sqrt{۵}}{۲} \times \frac{\sqrt{۵}}{۲} = \frac{۵}{۴}$$

-۳۸ $(۳m - ۳)\left(\frac{۱}{۲}\right) = ۲m + ۵ \Longrightarrow m - ۱ - ۲m = ۵ \Longrightarrow -m = ۶ \Longrightarrow \boxed{m = -۶}$

۳۹- فرمول زاویه ی بین دو خط

$$\tan\alpha = \left|\frac{m - m'}{۱ + mm'}\right| = \left|\frac{۰۱ - ۰}{۱}\right| = ۱ \Longrightarrow \tan\alpha = ۱ \Longrightarrow \boxed{\alpha = ۴۵^\circ}$$

فصل هفتم

۱- $A=۱-\frac{۱}{۴}x^۲ \rightarrow A=\frac{۴-x^۲}{۴} \Rightarrow \frac{۱}{A}=\frac{۴}{۴-x^۲}$ $B+\frac{۱}{A}=\frac{x}{x(x-۲)}+\frac{۴}{(۲-x)(۲+x)}=$

$$=\frac{x(x+۲)-۴x}{x(x-۲)(x+۲)}=\frac{x^۲+۲x-۴x}{x(x-۲)(x+۲)}=\frac{x(x-۲)}{x(x-۲)(x+۲)}=\frac{۱}{x+۲}$$

۲- توجه شود : مخرج ها تعریف شده فرض شده اند

$$۱: \frac{\frac{(۱+x)^۲-(۱-x)^۲}{(۱-x)(۱+x)}}{\frac{۱+x-۱+x}{۱-x}\times\frac{۱+x-۱}{۱+x}}=\frac{\frac{۱+x^۲+۲x-۱-x^۲+۲x}{(۱-x)(۱+x)}}{\frac{۲x\times x}{(۱-x)(۱+x)}}=$$

$$=\frac{\frac{۴x}{(۱-x)(۱+x)}}{\frac{۲x^۲}{(۱-x)(۱+x)}}=\frac{۴x}{۲x^۲}=\frac{۲}{x}$$

$$۲: \frac{x^۲(x+۲)}{۲x^۳(x-۵)}\times\frac{۴x}{(x-۲)(x+۲)}=\frac{۲}{(x-۵)(x-۲)}$$

$$۳: \frac{(x+a)(x^۲+a^۲-ax)(a+x)}{x(x+a)}\times\frac{x^۳a^۲}{(x-a)(x+a)}\times\frac{x-a}{a^۲}=\frac{x^۳a^۲(x^۲+a^۲-ax)}{a^۲x}=$$

$$=x^۲(x^۲+a^۲-ax)$$

۳- $\begin{cases}\frac{x+y}{xy}=۲\\ \frac{y+z}{yz}=۳\\ \frac{x+z}{xz}=۵\end{cases}$ $\begin{cases}\frac{۱}{y}+\frac{۱}{x}=۲\\ \frac{۱}{z}+\frac{۱}{y}=۳\\ \frac{۱}{z}+\frac{۱}{x}=۵\end{cases}$ $\xrightarrow{\times(-۱)}$ $\begin{cases}-\frac{۱}{y}-\frac{۱}{x}=-۲\\ \frac{۱}{z}+\frac{۱}{y}=۳\end{cases}$ $\Rightarrow$

$$\begin{cases}\frac{۱}{z}-\frac{۱}{x}=۱\\ \frac{۱}{z}+\frac{۱}{x}=۵\end{cases} \Rightarrow \frac{۲}{z}=۶ \Rightarrow \boxed{Z=\frac{۱}{۳}} \Rightarrow \boxed{x=\frac{۱}{۲}} \Rightarrow \boxed{y=۱}$$

۴- $۳x^۳+۴x+m \quad \underline{x+۲} \quad \Longrightarrow \boxed{x=-۲}$

$\overline{۰}$ باقی مانده $= ۰ \Longrightarrow ۳(-۲)^۳+۴(-۲)+m$

$\Longrightarrow -۲۴-۸+m=۰ \quad \Longrightarrow \quad \boxed{m=۳۲}$

۵-

۱) $\frac{(a^۲-۱)}{a+۱-۲\sqrt{a}+۲\sqrt{a}}=\frac{(a-۱)(a+۱)}{a+۱}=a-۱$

۲) $\frac{\sqrt{x}-۱-\sqrt{x}-۱}{(\sqrt{x}+۱)(\sqrt{x}-۱)}=\frac{-۲}{x-۱}$

۳) $\frac{a+۱-a}{\sqrt{a}(۱+\sqrt{a})}=\frac{۱}{\sqrt{a}+a}$

۴) $\frac{۱-x+x}{۱-\sqrt{x}}=\frac{۱}{۱-\sqrt{x}}\times\frac{۱+\sqrt{x}}{۱+\sqrt{x}}=\frac{۱+\sqrt{x}}{۱-x}$

۶-

۱) $\frac{۱}{\sqrt[۳]{\sqrt{۵}+\sqrt{۳}}}\times\frac{\sqrt[۳]{(\sqrt{۵}+\sqrt{۳})^۲}}{\sqrt[۳]{(\sqrt{۵}+\sqrt{۳})^۲}}=\frac{\sqrt[۳]{۸+۲\sqrt{۱۵}}}{\sqrt{۵}+\sqrt{۳}}$

$\Longrightarrow \quad \frac{\sqrt[۳]{۸+۲\sqrt{۱۵}}}{\sqrt{۵}+\sqrt{۳}}\times\frac{\sqrt{۵}-\sqrt{۳}}{\sqrt{۵}-\sqrt{۳}}=\frac{(\sqrt{۵}-\sqrt{۳})\left(\sqrt[۳]{۸+۲\sqrt{۱۵}}\right)}{۲}$

۲) $\frac{۶}{\sqrt[۳]{۵}-\sqrt[۳]{۲}}\times\frac{\sqrt[۳]{۵^۲}+\sqrt[۳]{۲^۲}+\sqrt[۳]{۱۰}}{\sqrt[۳]{۵^۲}+\sqrt[۳]{۲^۲}+\sqrt[۳]{۱۰}}=\frac{۶(\sqrt[۳]{۲۵}+\sqrt[۳]{۴}+\sqrt[۳]{۱۰})}{۳}=۲\left(\sqrt[۳]{۲۵}+\sqrt[۳]{۴}+\sqrt[۳]{۱۰}\right)$

۳) $\frac{۳}{\sqrt[۳]{۴}+۱}\times\frac{\sqrt[۳]{۴^۲}+۱-\sqrt[۳]{۴}}{\sqrt[۳]{۴^۲}+۱-\sqrt[۳]{۴}}=\frac{۳(\sqrt[۳]{۱۶}+۱-\sqrt[۳]{۴})}{۵}$

۴) $\frac{۱}{\sqrt[۳]{۴}-\sqrt[۳]{۶}+\sqrt[۳]{۹}}\times\frac{\sqrt[۳]{۲}+\sqrt[۳]{۳}}{\sqrt[۳]{۲}+\sqrt[۳]{۳}}=\frac{\sqrt[۳]{۲}+\sqrt[۳]{۳}}{۲+۳}=\frac{\sqrt[۳]{۲}+\sqrt[۳]{۳}}{۵}$

-۷

۱) $۴x^۴ - x^۳ - ۳x^۲ - x + ۱$

خ $\left| \begin{array}{l} ۲x^۲ - x + ۱ \\ \hline ۲x^۲ + \frac{۱}{۲}x - \frac{۹}{۴} \end{array} \right.$

$$\begin{array}{l} -۴x^۴ + ۲x^۳ - ۲x^۲ \\ \hline x^۳ - ۵x^۲ - x + ۱ \\ -x^۳ + \frac{۱}{۲}x^۲ - \frac{۱}{۲}x \\ \hline \frac{-۹}{۲}x^۲ - \frac{۳}{۲}x + ۱ \\ \frac{۹}{۲}x^۲ - \frac{۹}{۴}x + \frac{۹}{۴} \\ \hline \frac{-۱۵}{۴}x + \frac{۱۳}{۴} \end{array}$$

ب ←

۲) $x^۳ - ۵x^۲ + ۴x + ۵$

خ $\left| \begin{array}{l} x - ۲ \\ \hline x^۲ - ۳x - ۲ \end{array} \right.$

$$\begin{array}{l} -x^۳ + ۲x^۲ \\ \hline -۳x^۲ + ۴x + ۵ \\ ۳x^۲ - ۶x \\ \hline -۲x + ۵ \\ ۲x - ۴ \\ \hline +۱ \end{array}$$

ب ←

۳) $x^۴ - x^۳ + ۲x^۲ - ۳$

خ $\left| \begin{array}{l} x^۲ + ۱ \\ \hline x^۲ - x + ۱ \end{array} \right.$

$$\begin{array}{l} -x^۴ - x^۲ \\ \hline -x^۳ + x^۲ - ۳ \\ x^۳ + x \\ \hline x^۲ + x - ۳ \\ -x^۲ - ۱ \\ \hline x - ۴ \end{array}$$

ب ←

۴) $x^۳ - y^۳$

	$x^۲ + xy + y^۲$
$x - y$	خ

$$-x^۳ - x^۲y - xy^۲$$
$$-x^۲y - xy^۲ - y^۳$$
$$x^۲y + xy^۲ + y^۳$$
$$۰ \quad \rightarrow \quad \text{ب}$$

۸-

۱) $-\frac{\sqrt{۲}}{۶} + \frac{۲\sqrt{۲}}{۷} + \frac{\sqrt{۲}}{۵} = \frac{-۷\sqrt{۲}+۱۲\sqrt{۲}}{۴۲} + \frac{\sqrt{۲}}{۵} = \frac{۵\sqrt{۲}}{۴۲} + \frac{\sqrt{۲}}{۵} = \frac{۲۵\sqrt{۲}+۴۲\sqrt{۲}}{۵\times۴۲} = \frac{۶۷\sqrt{۲}}{۲۱۰}$

۲) $\sqrt[۴]{(۲+\sqrt{۳})^۲} \times \sqrt[۴]{(۷-۴\sqrt{۳})} = \sqrt[۴]{(۷+۴\sqrt{۳})}\sqrt[۴]{(۷-۴\sqrt{۳})} =$

$$\sqrt[۴]{(۷+۴\sqrt{۳})(۷-۴\sqrt{۳})} = \sqrt[۴]{۴۹-۴۸} = ۱$$

۳) $\left(a^۲ \times \frac{b}{a} - b^۲ \times \frac{a}{b}\right) = (ab - ba) = ۰$

۹-

۱) $\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} \times \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = \frac{a+b+۲\sqrt{ab}}{a-b}$

۲) $\frac{۱}{(۱+\sqrt{۳})-\sqrt{۲}} \times \frac{(۱+\sqrt{۳})+\sqrt{۲}}{(۱+\sqrt{۳})+\sqrt{۲}} = \frac{۱+\sqrt{۳}+\sqrt{۲}}{۴+۲\sqrt{۳}-۲} = \frac{۱+\sqrt{۳}+\sqrt{۲}}{۲(۱+\sqrt{۳})} \times \frac{۱-\sqrt{۳}}{۱-\sqrt{۳}} =$

$$\frac{۱-\sqrt{۳}+\sqrt{۳}-۳+\sqrt{۲}-\sqrt{۶}}{۲(۱-۳)} = \frac{-۲+\sqrt{۲}-\sqrt{۶}}{-۴}$$

۳) $\frac{\sqrt{a+x}+\sqrt{a-x}}{\sqrt{a+x}-\sqrt{a-x}} \times \frac{\sqrt{a+x}+\sqrt{a-x}}{\sqrt{a+x}+\sqrt{a-x}} = \frac{a+x+a-x+2\sqrt{a^2-x^2}}{a+x-a+x} = \frac{2\left(a+\sqrt{a^2-x^2}\right)}{2x} = \frac{a+\sqrt{a^2-x^2}}{x}$

۴) $\frac{1}{1-\sqrt{3-\sqrt{5}}} \times \frac{1+\sqrt{3-\sqrt{5}}}{1+\sqrt{3-\sqrt{5}}} = \frac{1+\sqrt{3-\sqrt{5}}}{1-3+\sqrt{5}} \times \frac{\frac{\sqrt{5}+2}{\sqrt{5}+2}}{\sqrt{5}-2} = \frac{\sqrt{5}+2+\sqrt{15-5\sqrt{5}}+2\sqrt{3-\sqrt{5}}}{5-4} = \sqrt{5}+2+$

$$+\sqrt{15-5\sqrt{5}}+2\sqrt{3-\sqrt{5}}$$

۵) $\frac{4}{\sqrt[3]{3}+\sqrt[3]{4}} \times \frac{\sqrt[3]{9}+\sqrt[3]{16}-\sqrt[3]{12}}{\sqrt[3]{9}+\sqrt[3]{16}-\sqrt[3]{12}} = \frac{4\left(\sqrt[3]{9}+\sqrt[3]{16}-\sqrt[3]{12}\right)}{7}$

۶) $\frac{x^2-3}{\sqrt{x-\sqrt{3}}} \times \frac{\sqrt{x-\sqrt{3}}}{\sqrt{x-\sqrt{3}}} = \frac{(x-\sqrt{3})(x+\sqrt{3})\left(\sqrt{x-\sqrt{3}}\right)}{x-\sqrt{3}} = \left(x+\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{x-\sqrt{3}}\right.$

۱۰-

الف) $\frac{1-x-1}{x} - \frac{x-y}{-(x-y)} = -1+1 =$ صفر

ب) $\frac{x-3}{(x-3)(x+3)} + \frac{x+7}{(x+7)(x+3)} = \frac{2}{(x+3)}$

ج) $\frac{1+x^2+2x+1+x^2-2x+2-2x^2}{(1-x)(1+x)} = \frac{4}{1-x^2}$

۱۱-

الف) $\frac{\frac{1-x+x+x^2}{(1+x)(1-x)}}{\frac{1+x-x+x^2}{(1-x)(1+x)}} = \frac{2x^2-x+1}{x^2+1}$

ب) $\frac{3(x+3)}{(x-3)(x+3)} + 1 = \frac{3+x-3}{(x-3)} = \frac{x}{x-3}$

۱۲- الف) $\frac{۱}{۶}-\frac{a^۲}{۳}+\frac{a^۳}{۲}-\frac{a^۴}{۱۰}$

ب) $\frac{۱۲a^۲xm^۳}{-۲a^۲xm^۳}=-۶$

۱۳- $x^۲-x+۱=۰ \Rightarrow x^۲=x-۱$

$$x^۵+۱ \;\Big|\; x^۲-x+۱$$

$$mx+n$$

باقی مانده $x^۲+۱=x.x^۲.x^۲+۱ \Rightarrow x(x-۱)(x-۱)+۱=$

$$x(x^۲۲x+۱)+۱=x(x-۱-۲x+۱)+۱=$$

$$=x(-x)+۱=-x^۲+۱=-x+۱+۱ \Rightarrow$$

باقی مانده $=-x+۲=mx+n \Rightarrow \begin{cases} m=-۱ \\ n=۲ \end{cases} \Rightarrow mn=-۲$

۱۴- $?=(۵x^۲+۷)(-۳x+۲)-x+۱ \Rightarrow$

$$? \;\Big|\; \begin{matrix} ۵x^۲+۷ \\ -۳x+۲ \end{matrix}$$

$$-x+۱$$

$?=-۱۵x^۳+۱۰x^۲-۲۱x+۱۴-x+۱ \Rightarrow$

$?=-۱۵x^۳+۱۰x^۲-۲۲x+۱۵$

۱۵-

۱) $\frac{۱}{x(x+۱)(x+۲)}=\frac{a(x^۲+۲x+۲)+b(x^۲+۲x)+c(x^۲+x)}{x(x+۱)(x+۲)}$

$x^۲(a+b+c)+x(۲a+۲b+c)+۲a=۱ \Rightarrow$

$$\begin{cases} a+b+c=۰ \\ ۲a+۲b+c \\ ۲a=۱ \end{cases} \Rightarrow \boxed{a=\frac{۱}{۲}} \Rightarrow \begin{cases} b+c=-\frac{۱}{۲} \\ ۲b+c=-۱ \end{cases} \quad \begin{cases} -b-c=\frac{۱}{۲} \\ ۲b+c=-۱ \end{cases} \quad \boxed{b=-\frac{۱}{۲}}$$

$$-\frac{۱}{۲}+c=-\frac{۱}{۲} \Rightarrow \boxed{c=۰}$$

۲) $\frac{۱}{(x+۱)^۲(x+۲)}=\frac{a(x+۱)+b(x+۲)+c(x^۲+۲x+۱)}{(x+۱)^۲(x+۲)}$

$$cx^۲ + x\,(a+b+۲c) + a + ۲b + c = ۱ \quad \Longrightarrow \begin{cases} c = ۰ \\ a+b+۲c = ۰ \\ a+۲b+c = ۱ \end{cases}$$

$$\begin{cases} a+b = ۰ \\ a+۲b = ۱ \end{cases} \Longrightarrow -b+۲b = ۱ \quad \boxed{c = ۰} \Longrightarrow \boxed{b = ۱} \Longrightarrow \boxed{a = -۱}$$

۳) $\frac{۱}{(x^۲+۱)(x-۱)} = \frac{ax^۲-ax+bx-b+cx^۲+c}{(x^۲+۱)(x-۱)} \quad \Longrightarrow$

$$x^۲(a+c) + x(-a+b) + c - b = ۱ \Longrightarrow \begin{cases} a+c = ۰ \\ -a+b = ۰ \\ c-b = ۱ \end{cases} \Longrightarrow \begin{matrix} b+c = ۰ \\ c-b = ۱ \end{matrix} \Longrightarrow$$

$$\boxed{c = \frac{۱}{۲}} \Longrightarrow \boxed{b = -\frac{۱}{۲}} \Longrightarrow \boxed{a = -\frac{۱}{۲}}$$

۴) $\frac{۱}{x^۲-۴} = \frac{ax^۲+۲a+bx-۲b}{(x-۲)(x+۲)} \Longrightarrow \begin{cases} (a+b) = ۰ \\ ۲a-۲b = ۱ \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} a+b = ۰ \\ a-b = ۱ \end{cases} \Longrightarrow$

$$\boxed{a = \frac{۱}{۲}} \Longrightarrow \boxed{b = -\frac{۱}{۲}}$$

۱۶- مقسوم $\rightarrow x = ۱ \Longrightarrow x-۱ = ۰$: زیرا $x-۱$ | $x^۵ - ۱$ الف)

باقی مانده $= ۱ - ۵(۱)$

۰

باقی مانده $= ۰$

ب) $x^n - ۱$ | $x-۱$ $\quad x-۱ = ۰ \Longrightarrow x = ۱ \Longrightarrow (۱)^n - ۱ = ۱ - ۱ =$ صفر

۰

ج) $x^{۲n-۱}+۱$ | $x+۱$ $\quad x+۱=۰ \Rightarrow x=-۱ \Rightarrow (-۱)^{۲n-۱}+۱=-۱+۱=$ صفر

د) $x^{۱۳۹۴}+۱$ | $x+۱$ $\quad x+۱=۰ \Rightarrow x=-۱ \Rightarrow (-۱)^{۱۳۹۴}+۱=۱+۱=$ ۲

بخش پذیر نیست و باقی مانده ۲ دارد .

-۱۷

$x^۲+۲=۰ \quad \Rightarrow \quad x^۲=-۲ \quad \Rightarrow$

$۲(x^۲)^۳.x-(x^۲)^۳-۳x(x^۲)^۲+۷(x^۲)^۲-۳x(x^۲)+۵x^۲+۱۱x-۶ \Rightarrow$

$۲(-۲)^۳x-(-۲)^۳-۳x(-۲)^۲+۷(-۲)^۲-۳x(-۲)+۵(-۲)+۱۱x-۶ \Rightarrow$

$\Rightarrow \quad -۱۶x+۸-۱۲x+۲۸+۶x-۱۰+۱۱x-۶ \quad \Rightarrow$

$=-۱۱x+۲۰$ باقی مانده

-۱۸ $x^۳+۲x^۲+۲x \neq ۰ \qquad x\left(\underbrace{x^۲+۲x+۲}_{\text{همیشه مخالف صفر است}}\right) \neq ۰ \quad x \neq ۰ \quad D: R-\{۰\}$

-۱۹ $\frac{۴(x^۲+y^۲)}{۲xy}=\frac{۲[(x+y)^۲-۲xy]}{xy}=\frac{-۴xy}{xy}=-۴$

-۲۰ ۱) $\frac{(x-۱)(x+۳)}{(x+۲)(x-۲)}=\frac{x^۲+۲x-۳=\square}{x^۲-۴}$

۲) $\frac{x^۲-۸+۱۶+x^۲-۶x+۹}{(x-۳)(x-۴)}=\frac{۲x^۲-۱۴x+۲۵}{x^۲-۷x+۱۲}=\frac{\square}{x^۲-۷x+۱۲}$

۳) $\frac{x+۱}{x^۳}=\frac{x+۱}{\square} \quad \Rightarrow \quad \square=x^۳$

۴) $\frac{۲}{۳m}=\frac{۲mL}{\square} \quad \Rightarrow \quad \square=\frac{۲mL\times ۳m}{۲}=۳m^۲L$

۵) $\frac{۸m^۳}{۶m^۲n}\times\frac{n^۳}{۱۶m}=\frac{\square}{۶}\Rightarrow\frac{n^۲}{۱۲}=\frac{\square}{۶}\Rightarrow\square=\frac{۶n^۲}{۱۲}=\frac{n^۲}{۲}$

۶) $\frac{۲x^۲-۴x+۵x-۱۰-۴x^۲+۴x-۳x+۳}{(x-۱)(x-۲)}=\frac{\square}{x^۲-۲x+۳}$

$\frac{-۲x^۲+۲x-۷}{(x-۱)(x-۲)}=\frac{\square}{x^۲-۲x+۳}\Rightarrow\square\ \frac{(x^۲-۲x+۳)(-۲x^۲+۲x-۷)}{(x-۱)(x-۲)}$

۷) $\frac{\frac{۳x+۳-۳x}{x(x+۱)}}{\frac{۴x-۶x-۶}{۲x(x+۱)}}=\square\Rightarrow\frac{۲\times۳}{-۲x-۶}=\frac{۲\times۳}{۲(-x-۳)}=\frac{۳}{-x-۳}$

-۲۱

۱) نادرست $\Rightarrow\frac{x(a+b)}{x(۱+d)}=\frac{a+b}{۱+d}$

۲) نادرست $\Rightarrow\frac{۲(x+۲)(x+۱)}{۴(x+۲)(x-۲)}=\frac{x+۱}{۲(x-۲)}$

۳) نادرست $\Rightarrow\frac{۵x(x-۲)(x-۳)}{x(x-۱)(x+۱)\times۸x^۲}=\frac{۵(x-۲)(x-۳)}{(x-۱)(x+۱)\times۸x^۲}$

۴) نادرست $\Rightarrow\frac{۱}{x^۲}-\frac{yz}{x^۲yz}=\frac{۱}{x^۲}\left(۱-\frac{yz}{yz}\right)=\frac{۱}{x^۲}(۱-۱)=$ صفر

۵) نادرست $\Rightarrow\frac{۲x(x+y)}{(x-y)(x+y)}\times\frac{۲(x-y)}{xy}=\frac{۴}{y}$

-۲۲

$۲A=۴x-\frac{۱۲x+۱۰}{x}\qquad ۳B=\frac{۶}{x}-\frac{۱۲}{x^۲}$

$۲A=\frac{۴x^۲-۱۲x-۱۰}{x}\qquad ۳B=\frac{۶x-۱۲}{x^۲}$

$\frac{\frac{۴x^۲-۱۲x-۱۰}{x}}{\frac{۶(x-۲)}{x^۲}}+۱=\frac{x(۴x^۲-۱۲x-۱۰)}{۶(x-۲)}+۱=\frac{۴x^۳-۱۲x^۲-۱۰x+۶x-۱۲}{۶(x-۲)}=$

$=\frac{۴x^۳-۱۲x^۲-۴x-۱۲}{۶(x-۲)}=\frac{۴x(x^۲-۱)-۱۲(x^۲+۱)}{۶(x-۲)}=\frac{۲x(x^۲-۱)-۶(x^۲+۱)}{۳(x-۲)}$

۲۳- $(۲a-۱)^۲ \times \frac{(۲a-۱)(۲a+۱)}{(۲a+۱)^۲} = \frac{(۲a-۱)^۳}{۲a+۱}$

۲۴- $\frac{۱}{(x+۲)(x+۱)^۲} = \frac{A(x^۲+۲x+۲)+B(x+۲)+C(x^۲+۲x+۱)}{(x+۱)^۲(x+۲)}$

$$\frac{۱}{(x+۲)(x+۱)^۲} = \frac{x^۲(A+C)+x(۲A+B+۲C)+۲A+۲B+C}{(x+۱)^۲(x+۲)}$$

$$\begin{cases} A+C=۰ \implies A=-C \\ ۲A+B+۲C=۰ \\ ۲A+۲B+C=۱ \end{cases} \implies \begin{cases} -۲C+B+۲C=۰ \implies B=۰ \\ -۲C+C=۱ \implies \boxed{C=-۱} \end{cases} \quad \boxed{A=۱}$$

۲۵-

$$x+۴=۰ \implies \boxed{x=-۴} \implies ۳(-۴)^۲+m(-۴)+۵=۱۲ \implies$$

$$۴۸-۴m+۵=۱۲ \implies -۴m=۱۲-۵۳ \implies -۴m=-۴۱ \quad \boxed{m=\frac{۴۱}{۴}}$$

۲۶-

$$x^۲-۱=۰ \implies x^۲=۱ \implies ۱+ax+b=۲x+۳ \implies$$
$$ax+b+۱=۲x+۳ \implies \begin{cases} a=۲ \\ b=۲ \end{cases} \implies a^b=۲^۲=۴$$

۲۷-

$$\begin{array}{r|l} ۳x^۳+۶x^۲+۳x-۷ & x+۲ \\ \hline ? & Q(x) \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} ۳x^۳+۶x^۲+۳x-۷ & x+۲ \\ \hline -۳x^۳-۶x^۲ & ۳x^۲+۳ \\ \hline ۳x-۷ & \\ -۳x-۶ & \\ \hline -۱۳ & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} Q(x) & x+۱ \\ \hline ? & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} x+۱ & \boxed{x=-۱} \\ \hline \end{array}$$

$\implies ۳(-۱)^۲+۳=۶$ باقی مانده

۲۸- باقی مانده $x-a=۰ \Rightarrow \boxed{x=a} \Rightarrow ۳(a)^۴+(۵-۳a)(a)^۳-۵a\,(a)^۲-a+a=R$

$$\Rightarrow ۳a^۴+۵a^۳-۳a^۴-۵a^۳=R \quad \Rightarrow \quad \boxed{R=۰}$$

۲۹-

$$x^۲-۱=۰ \Rightarrow x^۲=۱ \Rightarrow x(x^۲)^۸-۴(x^۲)^۳+ax(x^۲)+bx^۲+۲ \Rightarrow$$
$$x(۱)^۸-۴(۱)^۳+ax(۱)+b(۱)+۲=۰ \Rightarrow$$
$$x-۴+ax+b+۲=۰ \Rightarrow x(۱+a)+b-۲=۰ \Rightarrow \begin{cases} a=-۱ \\ b=۲ \end{cases}$$
$$\Rightarrow ۲a-۳b=-۲-۶=-۸$$

۳۰-

باقی مانده $x+۳=۰ \Rightarrow x=-۳ \Rightarrow (-۳)^۳-۶(-۳)-۱۰=-۱۹$

$$x^۳-۶x-۱۰-(-۱۹)$$
$$x^۳-۶x+۹$$

۱۹ – واحد باید کم کنیم یعنی

۳۱- $x^۲-۹=۰ \Rightarrow x^۲=۹ \Rightarrow ۹+ax+b=۶x+۱۲ \Rightarrow$

$$\begin{cases} \boxed{a=۶} \\ b+۹=۱۲ \quad \boxed{b=۳} \end{cases} \qquad \frac{b}{a}=\frac{۳}{۶}=\frac{۱}{۲}$$

۳۲- $\frac{x-۱}{x^۲+۱} \times \frac{۴(x-۱)(x^۲+x+۱)}{۴(x-۱)} = \frac{x^۳-۱}{x^۲+۱}$

$$x+\frac{۱}{x}=۲ \quad \Rightarrow \quad \frac{x^۲+۱}{x}=۲ \qquad x^۲+۱=۲x \quad \Rightarrow \quad x^۲۲x+۱=۰ \quad \Rightarrow$$
$$(x-۱)^۲=۰ \quad \Rightarrow \quad \boxed{x=۱} \quad \Rightarrow \quad \frac{x^۳-۱}{x^۲+۱}=\frac{۱-۱}{۱+۱}= \quad \text{صفر}$$

۳۳- $\frac{xy+y^{۲}-xy}{x+y}\times\frac{y^{۲}-xy+xy}{y-x}\times\frac{(y-x)(y+x)}{y^{۲}}=\frac{y^{۲}\times y^{۲}\times(y-x)(y+x)}{(x+y)(y-x)\times y^{۲}}=y^{۲}$

۳۴-

الف) $۹(x-۳)(x+۳)\quad,\quad(x-۳)^{۲}\quad,\quad ۵x(x-۳)$

ک.م.م $=۴۵(x-۳)^{۲}(x+۳)\times x$ ب.م.م $=(x-۳)$

ب) $(۲a-۳)(۲a+۳)\quad,\quad(۲a-۳)^{۳}\quad,\quad ۵(۲a-۳)$

ک.م.م $=(۲a-۳)^{۲}\times ۵\times(۲a+۳)$ ب.م.م $=(۲a-۳)$

۳۵- $\frac{(a^{۲}+b^{۲}-c^{۲}+a^{۲}+b^{۲}-c^{۲})(a^{۲}+b^{۲}-c^{۲}+a^{۲}-b^{۲}+c^{۲})}{۴ab(b-c)}=\frac{۲(b-c)(b+c)\times ۲a^{۲}}{۴ab(b-c)}=\frac{b+c}{b}$

۳۶- $\frac{bc}{(a-c)(a-b)}+\frac{ab}{(a-c)(b-c)}+\frac{ac}{(b-c)(b-a)}$ II

$\frac{bc(b-c)+ab(a-b)}{(a-c)(a-b)(b-c)}+\frac{ac}{(b-c)(b-a)}=$ II

$\frac{b^{۲}c-bc^{۲}+a^{۲}b-ab^{۲}}{(a-c)(a-b)(b-c)}+\frac{ac}{(b-c)(b-a)}=$ II

$\frac{b^{۲}(c-a)+b(a^{۲}-c^{۲})}{(a-c)(a-b)(b-c)}+\frac{ac}{(b-c)(b-a)}=$ II

$\frac{(a-c)(-b^{۲}+ba+bc)}{(a-c)(a-b)(b-c)}+\frac{ac}{(b-c)(b-a)}=$ II

$\frac{b(c+a-b)}{(a-b)(b-c)}+\frac{ac}{(b-c)(b-a)}=$ II

$\frac{bc+ab-b^{۲}-ac}{(a-b)(b-c)} = \text{II} \Longrightarrow \frac{c(b-a)+b(a-b)}{(a-b)(b-c)} = \text{II} \Longrightarrow \frac{(a-b)(b-c)}{(a-b)(b-c)} = \text{II} \Longrightarrow \boxed{۱ = \text{II}}$

-۳۷

$\begin{cases} x+۱=۰ & \boxed{x=-۱} \\ x-۲=۰ & \boxed{x=۲} \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} ۲m-n+m-۳-n+۱-۱۰=۰ \\ ۱۶m-۸n+۴m-۱۲-۲n+۲-۱۰=۰ \end{cases} \Longrightarrow$

$\begin{cases} ۳m-۲n=۱۲ \\ ۲۰m-۱۰n=۲۰ \quad -۲ \end{cases} \begin{cases} ۳m-۲n=۱۲ \\ ۲m-n=۲ \end{cases} \begin{cases} ۳m-۲n=۱۲ \\ -۴m+۲n=-۴ \end{cases} \Longrightarrow \begin{matrix} \boxed{m=-۸} \\ n=-۱۸ \end{matrix}$

-۳۸

$x-۱=۰ \quad x=۱ \Longrightarrow P(۱)=۰$

$x+۱=۰ \quad x=-۱ \Longrightarrow P(-۱)=-۴$ $\Longrightarrow$

$\begin{cases} ۱+b+a+۳=۰ \\ -۱-b+a+۳=-۴ \end{cases} \begin{cases} a+b=-۴ \\ a-b=-۶ \end{cases} \Longrightarrow ۲a=-۱۰ \quad \begin{matrix} \boxed{a=-۵} \\ \boxed{b=۱} \end{matrix}$

-۳۹

$x+y^{۳}=۰ \quad x=-y^{۳} \quad \rightarrow \quad (-y^{۳})^{۵}+y^{۱۵} =$ باقی مانده

$-y^{۱۵}+y^{۱۵}=۰ \quad \Longrightarrow$ پذیر بخش است

-۴۰

$\frac{۱+x^{۲}+۲x-۱-x^{۲}+۲x}{(۱-x)(۱+x)} \times \frac{۳+x^{۲}-۴x^{۲}}{۴x} = \text{II}$

$\frac{۴x}{(۱-x)(۱+x)} \times \frac{۳-۳x^{۲}}{۴x} = II$

$\frac{۱}{۱-x^{۲}} \times \frac{۳(۱-x^{۲})}{۱} = II \qquad \boxed{۳ = \text{II}}$

ضمیمه ریاضی

۱- $۲x+۴=x+۵ \quad \Rightarrow \quad \boxed{x=۱}$

۲- $x+x+۱+x+۲=۳۳ \quad \Rightarrow \quad ۳x=۳۰ \quad \boxed{x=۱۰} \quad ۱۰,۱۱,۱۲$

۳- $x+x+۱+x+۲=۱۴۱ \quad \Rightarrow \quad ۳x=۱۳۸ \quad \Rightarrow \quad \boxed{x=۴۶} \quad ۴۶,۴۷,۴۸$

۴- $۴x=۷+\frac{x}{۲} \quad \Rightarrow \quad ۸x-x=۱۴ \quad \Rightarrow \quad \boxed{x=۲}$

۵- $۲y+۳=۱۵ \quad \boxed{y=۶}$

۶- $۲۵-x=\frac{۱}{۳}(x+۳۵) \quad \Rightarrow ۷۵-۳x=x+۳۵ \quad ۴۰=۴x \quad \boxed{x=۱۰}$

۷- $۳x+۳x+۳+۳x+۶=۴۵ \quad \Rightarrow \quad ۹x=۳۶ \quad \Rightarrow \quad \boxed{x=۴} \Rightarrow ۱۲,۱۵,۱۸$

۸- $\frac{۳x+۴}{۲}-x=۵ \quad ۳x+۴-۲x=۱۰ \quad \boxed{x=۶}$

۹- $۷x+۷x+۷+۷x+۱۴=۶۳ \quad ۲۱x=۶۳-۲۱=۴۲ \quad \boxed{x=۲} \quad ۱۴,۲۱,۲۸$

۱۰- $۲x=-۸ \Rightarrow \boxed{x=-۴} \Rightarrow -۲+\frac{m}{۲}=m \quad \Rightarrow \quad \frac{m}{۲}=-۲ \Rightarrow \boxed{m=-۴}$

۱۱- ۱) $۲۵x^{۲}-۳۵x+۱۰=۰ \quad (۵x-۵)(۵x-۲) \; = \; ۰ \quad \Rightarrow \begin{cases} x=۱ \\ x=\frac{۲}{۵} \end{cases}$

۲) $(x-\sqrt{۳})(x+۱)=۰ \quad \Rightarrow \begin{cases} x=\sqrt{۳} \\ x=-۱ \end{cases}$

۳) $(x-۲)(x+۲-۱)=۰ \quad \Rightarrow \begin{cases} x=۲ \\ x=-۱ \end{cases}$

۴) $x^2-8x-9=0 \quad (x-9)(x+1)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=9 \\ x-1 \end{cases}$

۵) $9x^2+15x-6=0 \quad \Rightarrow (3x+6)(3x-1)=0 \quad \Rightarrow \begin{cases} x=-2 \\ x=\frac{1}{3} \end{cases}$

۶) $x^2-2x-1=0 \Rightarrow \underbrace{x^2-2x+1}-1-1=0$

$(x-1)^2-2=0 \quad \Rightarrow \left(x-1-\sqrt{2}\right)\left(x-1+\sqrt{2}\right)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=1+\sqrt{2} \\ x=1-\sqrt{2} \end{cases}$

۷) $x^2-16x+64-64+39=0 \Rightarrow (x-8)^2-25=$

$(x-8-5)(x-8+5)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=13 \\ x=3 \end{cases}$ مشترک یا $(x-13)(x-3)=0 \Rightarrow 0 \Rightarrow$

$\begin{cases} x=13 \\ x=3 \end{cases}$

۸) $x^2-14x+13=0 \quad (x-13)(x-1)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=13 \\ x=1 \end{cases}$

۱) $x=\frac{4\pm\sqrt{16+48}}{8}=\frac{4\pm8}{8} \nearrow \frac{3}{2} \quad \searrow \frac{-1}{2}$ -۱۲

۲) $x+1=K \Rightarrow \quad k^2+2k-2=0 \quad K=\frac{-2\pm\sqrt{4+8}}{2}=\frac{-2\pm2\sqrt{3}}{2}$

$\Rightarrow \begin{cases} k=-1+\sqrt{3} \\ k=-1-\sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+1=-1+\sqrt{3} \\ x+1=-1-\sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=-2+\sqrt{3} \\ x=-2-\sqrt{3} \end{cases}$

۳) $x=\frac{2\sqrt{3}\pm\sqrt{12-8}}{2\sqrt{2}}=\frac{2\sqrt{3}\pm2}{2\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{3}\pm1}{\sqrt{2}}$

۴) $5x^2-25x-3x+15=4x^2+20x+25+90$

$x^2-48x-100=0 \quad x=\frac{48\pm\sqrt{48^2+400}}{2} \Rightarrow \begin{cases} x=50 \\ x=-2 \end{cases}$

۱۳- ۱) $۴x^۲ - ۴x - ۳ = ۰ \quad x = \frac{۴ \pm \sqrt{۱۶+۴۸}}{۸} = \frac{۴ \pm \sqrt{۶۴}}{۸}$ ↗ $\frac{۴+۸}{۸} = \frac{۳}{۲}$ ↘ $\frac{۴-۸}{۸} = \frac{-۱}{۲}$

۲) $۳x^۲ + ۱۴x - ۵ = ۰ \quad x^۲ + \frac{۱۴}{۳}x - \frac{۵}{۳} = ۰ \implies x^۲ + \frac{۱۴}{۳}x - \frac{۵}{۳} + \frac{۴۹}{۹} = \frac{۴۹}{۹}$

$\left(x + \frac{۷}{۳}\right)^۲ = \frac{۶۴}{۹} \implies \begin{cases} x + \frac{۷}{۳} = \frac{۸}{۳} \\ x + \frac{۷}{۳} = -\frac{۸}{۳} \end{cases} \quad \begin{cases} x = \frac{۱}{۳} \\ x = -۵ \end{cases}$

۳) $۴x^۲ - ۳۴ = ۵x - ۳۰ + ۲x^۲ - ۱۲x \implies ۲x^۲ + ۷x - ۴ = ۰$

$x = \frac{-۷ \pm \sqrt{۴۹+۳۲}}{۴} = \frac{-۷ \pm \sqrt{۸۱}}{۴}$ ↗ $\frac{-۷+۹}{۴} = \frac{۱}{۲}$ ↘ $\frac{-۷-۹}{۴} = -۴$

۴) $\frac{x^۲+۶x+۹-x^۲-۴x-۴}{x^۲+۵x+۶} = \frac{x^۲-۷۵}{x^۲+۵x+۶} \quad \begin{cases} x \neq -۲ \\ x \neq -۳ \end{cases}$

$۲x + ۵ = x^۲ - ۷۵ \implies x^۲ - ۲x - ۸۰ = ۰ \implies (x - ۱۰)(x + ۸) = ۰ \implies \boxed{x = ۱۰} \quad \boxed{x = -۸}$

۱۴- $x + x^۲ = ۱۲ \implies x^۲ + x - ۱۲ = ۰ \implies (x + ۴)(x - ۳) = ۰ \implies \begin{cases} x = -۴ & \text{غ ق ق} \\ x = ۳ \checkmark \end{cases}$

۱۵- $(x - ۱)^۲ + ۳ = (x + ۱)^۲ - ۵$

$x^۲ - ۲x + ۴ = x^۲ + ۲x - ۴ \implies -۴x = -۸ \quad \boxed{x = ۲}$

-۱۶

$$x^۲ = x + ۴۲ \Rightarrow x^۲ - x - ۴۲ = ۰ \Rightarrow (x-۷)(x+۶) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = ۷ \checkmark \\ x = -۶ \text{ غ.ق ق.} \end{cases}$$

-۱۷

$$x^۲ + ۲x = x^۳ \Rightarrow x^۳ - x^۲ - ۲x = ۰ \Rightarrow x(x^۲ - x - ۲) = ۰ \Rightarrow$$

$$x(x-۲)(x+۱) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = ۰ & \times \\ x = ۲ & \checkmark \\ x = -۱ & \times \end{cases} \Rightarrow \boxed{x = ۲}$$

-۱۸

$$x(x+۱) - (x-۱) = ۱۰ \Rightarrow x^۲ + x - x + ۱ - ۱۰ = ۰ \Rightarrow$$

$$x^۲ = ۹ \Rightarrow x = \pm ۳ \Rightarrow \boxed{x = +۳}$$

-۱۹

$$(m+۱)x^۲ - ۲mx + m + ۲ = ۰$$

$$\Delta < ۰ \Rightarrow ۴x^۲ - ۴\,(m + \overbrace{۲)(m+}^{m^۲+۳m+۲}۱) < ۰ \Rightarrow$$

$$۴m^۲ - ۴m^۲ - ۱۲m - ۸ < ۰ \Rightarrow -۱۲m < ۸ \Rightarrow \boxed{m > -\frac{۲}{۳}}$$

-۲۰

$$mx^۲ - ۶x + ۹ = ۰ \quad \Delta = ۰ \Rightarrow ۳۶ - ۳۶m = ۰ \Rightarrow \boxed{m = ۱}$$

$$x^۲ - ۶x + ۹ = ۰ \Rightarrow (x-۳)^۲ = ۰ \Rightarrow \boxed{x = ۳}$$

-۲۱

$$۱)x^۲ - ۴x + m + ۲ = ۰ \Rightarrow \Delta = ۰ \Rightarrow ۱۶ - ۴m - ۸ = ۰ \Rightarrow ۴m = ۸$$

$$\Rightarrow \boxed{m = ۲}$$

۲) $(۲m+۳)x^۲-۲x+۱=۰$ $\quad ۴-۴(۲m+۳)=۰ \quad \Rightarrow \quad ۴-۸m-۱۲=۰$

$-۸m=۸ \quad \Rightarrow \quad \boxed{m=-۱}$

۳) $x^۲+(m+۲)x+۲m=۰$ $\quad (m+۲)^۲-۸m=۰$

$m^۲+۴m+۴-۸m=۰ \Rightarrow m^۲-۴m+۴=۰ \Rightarrow (m-۲)^۲=۰ \Rightarrow \boxed{m=۲}$

۲۲- $x=۱ \quad \Rightarrow \quad ۲+a+۳a-۵=۰ \quad \Rightarrow ۴a=۳ \quad \Rightarrow \boxed{a=\frac{۳}{۴}}$

۲۳- $(x-a)(ax+۱)=b(x^۲-۱) \quad \Rightarrow \quad \Delta=۰$

$ax^۲+x-a^۲x-a=bx^۲-b \Rightarrow ax^۲+(+۱-a^۲)x-a=bx^۲-b \Rightarrow$

$\boxed{a=b}$ هم ارزی $\Rightarrow +۱-a^۲=۰ \Rightarrow \boxed{a\pm۱} \Rightarrow \boxed{b=\pm۱}$

۲۴- الف) $۳x^۲+۵x+۲=۰ \quad \Rightarrow x^۲+\frac{۵}{۳}x+\frac{۲}{۳}=۰ \quad \Rightarrow$

$x^۲+\frac{۵}{۳}x+\frac{۲}{۳}+\frac{۲۵}{۳۶}=\frac{۲۵}{۳۶} \quad \Rightarrow \left(x+\frac{۵}{۶}\right)^۲=\frac{۲۵-۲۴}{۳۶}=\frac{۱}{۳۶}$ $\begin{cases} x+\frac{۵}{۶}=\frac{۱}{۶} \\ x+\frac{۵}{۶}=-\frac{۱}{۶} \end{cases}$ $\begin{cases} \boxed{x=-\frac{۲}{۳}} \\ \boxed{x=-۱} \end{cases}$

ب) $x^۲-۱۰x+۲۱=۰ \quad \Rightarrow x^۲-۱۰x+۲۱+۲۵=۲۵ \quad (x-۵)^۲=۴$

$\Rightarrow \begin{cases} x-۵=۲ \\ x-۵=-۲ \end{cases} \begin{cases} x=۷ \\ x=۳ \end{cases}$

ج) $x^۲+۴x=۵ \quad \Rightarrow \quad x^۲+۴x+۴=۵+۴ \quad \Rightarrow \quad (x+۲)^۲=۹ \quad \Rightarrow$

$\begin{cases} x+۲=۳ \\ x+۲=-۳ \end{cases}$ $\quad$ $\begin{cases} x=۱ \\ x=-۵ \end{cases}$

ج) $x^۲-۲x-۱+۱=۱ \Rightarrow (x-۱)^۲=۲ \Rightarrow \begin{cases} x-۱=\sqrt{۲} \\ x-۱=-\sqrt{۲} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=۱+\sqrt{۲} \\ x=۱-\sqrt{۲} \end{cases}$

د) $x^۲-۴x=۲۱ \Rightarrow x^۲-۴x+۴=۲۱+۴ \Rightarrow (x-۲)^۲=۲۵ \begin{cases} x-۲=۵ \\ x-۲=-۵ \end{cases} \Rightarrow$

$\begin{cases} x=۷ \\ x=-۳ \end{cases}$

و) $۲x^۲+۶x+۱=۰ \quad \Rightarrow \quad x^۲+۳x+\frac{۱}{۲}=۰ \quad \Rightarrow x^۲+۳x+\frac{۱}{۲}+\frac{۹}{۴}=\frac{۹}{۴}$

$\left(x+\frac{۳}{۲}\right)^۲=\frac{۹-۲}{۴} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} x+\frac{۳}{۲}=\frac{۷}{۲} \\ x+\frac{۳}{۲}=-\frac{۷}{۲} \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} x=۲ \\ x=-۵ \end{cases}$

-۲۵

الف) $\frac{x-۲}{۳}=\frac{۱}{۴(x-۳)} \Rightarrow ۴(x^۲-۵x+۶)=۳ \Rightarrow ۴x^۲-۲۰x+۲۴-۳=۰ \Rightarrow$

$۴x^۲-۲۰x+۲۱=۰ \quad \Rightarrow x=\frac{۲۰\pm\sqrt{۴۰۰-۳۳۶}}{۸} \quad x=\frac{۲۰\pm۸}{۸} \begin{cases} \nearrow \frac{۷}{۲} \\ \searrow \frac{۳}{۲} \end{cases}$

ب) $\frac{۵x-۵-۴x-۸}{x^۲+x-۲}=\frac{۳}{x} \Rightarrow x^۲-۱۳x=۳x^۲+۳x-۶ \Rightarrow ۲x^۲+۱۶x-۶=۰ \Rightarrow$

$x^۲+۸x-۳=۰ \quad \Rightarrow \quad x=\frac{-۸\pm\sqrt{۶۴+۱۲}}{۲} \quad x=\frac{-۸\pm\sqrt{۷۸}}{۲}$

ج) $x^۲-۱۲x+۳۵=۰ \quad x=\frac{۱۲\pm\sqrt{۱۴۴-۱۴۰}}{۲} \begin{cases} \nearrow \frac{۱۲+۲}{۲}=۷ \\ \searrow \frac{۱۲-۲}{۲}=۵ \end{cases}$

د) $x^2+8x+7=0 \implies x=\frac{-8\pm\sqrt{64-28}}{2}=\frac{-8\pm6}{2}\begin{matrix}\nearrow=-1\\ \searrow=-7\end{matrix}$

هـ) $\frac{9}{x}-\frac{x}{3}=0 \implies \frac{9}{x}=\frac{x}{3} \implies x^2=27 \implies x=\pm3\sqrt{3}$

و) $5x^2-6x+1=0 \implies x=\frac{6\pm\sqrt{36-20}}{10}=\frac{6\pm4}{10}\begin{matrix}\nearrow=1\\ \searrow=\frac{1}{5}\end{matrix}$

ز) $\frac{5}{x-2}-\frac{4}{x}=\frac{3}{x+6} \implies \frac{5x-4x+8}{x(x-2)}=\frac{3}{x+6} \implies \frac{x+8}{x^2-2x}=\frac{3}{x+6}$

$x^2+14x+48=3x^2-6x \implies 2x^2-20x-48=0 \implies x^2-10x-24=0 \implies$

$x=\frac{10\pm\sqrt{100+96}}{2}=\frac{10\pm14}{2}\begin{matrix}\nearrow=12\\ \searrow=-2\end{matrix}$

ح) $x^2-4x-1=0 \quad x=\frac{4\pm\sqrt{16+4}}{2}=\frac{4\pm2\sqrt{5}}{2} \implies x=2\pm\sqrt{5}$

ط) $3x^2+14x-5=0 \quad x=\frac{-14\pm\sqrt{196+60}}{6}=\frac{-14\pm16}{6}\begin{matrix}\nearrow=\frac{1}{3}\\ \searrow=-5\end{matrix}$

ی) $7x^2-5x+2=0 \quad x=\frac{5\pm\sqrt{25-56}}{14}$ ریشه حقیقی ندارد.

ک) $\frac{3}{4}x^2-x-1=0 \implies 3x^2-4x-4=0 \implies x=\frac{4\pm\sqrt{16+48}}{6} \quad x=\frac{4\pm8}{6}\begin{matrix}\nearrow=2\\ \searrow=\frac{-2}{3}\end{matrix}$

از تمرین ۲۶ تمرین های مختلفی حل شده فقط جواب آخر نوشته می شود .

الف) $\Delta < ۰$ ریشه حقیقی ندارد. ب) $x = ۱$

ج) $\begin{cases} x = ۱ \\ x = ۱۳۸۵ \end{cases}$ د) $\begin{cases} x = ۱ \\ x = \frac{-۱}{۳۸۶} \end{cases}$

-۲۷

۱) $۳x - ۶ = ۰ \quad \Rightarrow \boxed{x = ۲}$

۲) $\begin{cases} ۲x - ۱ = ۳ \\ ۲x - ۱ = -۳ \end{cases} \quad \begin{cases} \boxed{x = ۲} \\ \boxed{x = -۱} \end{cases}$

۳) $\begin{cases} x - ۱ \geq ۰ \Rightarrow x \geq ۱ \\ \text{الف} \\ x + ۱ \geq ۰ \Rightarrow x \geq -۱ \end{cases} \xrightarrow{\cap} x \geq ۱ \Rightarrow \quad x - ۱ + x + ۱ = ۳ \Rightarrow \boxed{x = \frac{۳}{۲}}$

$\begin{cases} x - ۱ \leq ۰ \\ \text{ب} \\ x + ۱ \leq ۰ \end{cases} \xrightarrow{\cap} x \leq -۱ \Rightarrow -x + ۱ - x - ۱ = ۳ \Rightarrow \boxed{x = -\frac{۳}{۲}}$

$\begin{cases} x - ۱ \leq ۰ \\ \text{ج} \\ x + ۱ \geq ۰ \end{cases} \xrightarrow{\cap} -۱ \leq x \leq ۱ \Rightarrow -x + ۱ + x + ۱ = ۳ \Rightarrow \boxed{۲ = ۳}$ غیر ممکن

$\begin{cases} x - ۱ \geq ۰ \\ \text{د} \\ x + ۱ \leq ۰ \end{cases} \quad \cap \quad \{\ \}$ جواب ندارد.

۴) $|۵x - ۲| = |۳x + ۲| \Rightarrow \begin{cases} ۵x - ۲ = ۳x + ۲ \\ ۵x - ۲ = -۳x - ۲ \end{cases} \quad \begin{cases} \boxed{x = ۲} \\ \boxed{x = ۰} \end{cases}$

۵) $\begin{cases} x-1 \geq 0 \\ \text{الف} \\ x-2 \geq 0 \end{cases} \xrightarrow{\cap} x \geq 2 \Rightarrow x-1-x+2=1$ همیشه بر قرار $\Rightarrow \boxed{x \geq 2}$

$\begin{cases} x-1 \leq 0 \\ \text{ب} \\ x-2 \leq 0 \end{cases} \quad \cap \quad x \leq 1 \Rightarrow -x+1+x-2=1$ غیر ممکن

$\begin{cases} x-1 \leq 0 \\ \text{ج} \\ x-2 \geq 0 \end{cases}$ غیر ممکن

$\begin{cases} x-1 \geq 0 \\ \text{د} \\ x-2 \leq 0 \end{cases} \quad 1 \leq x \leq 2 \begin{cases} x-1+x-2=1 \\ 2x=4 \quad \boxed{x=2} \checkmark \end{cases}$

۶) $\big||x|-7\big|=5 \Rightarrow |x|-7=\pm 5 \Rightarrow \begin{cases} |x|=12 \\ |x|=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=\pm 12 \\ x=\pm 2 \end{cases}$

۷) $x|x|=-16 \begin{cases} x>0 \Rightarrow x^2=-16 & \text{غ.ق.ق} \\ x<0 \Rightarrow -x^2=-16 & \Rightarrow x=\underbrace{\pm 4}_{\text{غ.ق.ق}} \Rightarrow \boxed{x=-4} \end{cases}$

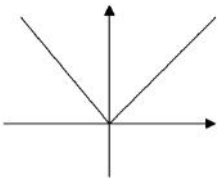
۸) $x^2+2|x|-3=0 \Rightarrow |x|^2+2|x|-3=0 \Rightarrow \begin{cases} |x|=1 \Rightarrow \boxed{x=\pm 1} \\ |x|=-3 \quad \text{غ.ق.ق} \end{cases}$

۹) $(2|x|-3)(|x-2|-5)=0 \Rightarrow \begin{cases} |x|=\frac{3}{2} \\ |x-2|=5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=\pm\frac{3}{2} \\ x-2=5 \begin{cases} x=7 \\ x=-3 \end{cases} \\ x-2=-5 \end{cases}$

۱۰) $||x-۲|-۱۳|=۵ \Rightarrow |x-۲|-۱۳=\pm ۱۵ \begin{cases} |x-۲|=۱۸ \\ |x-۲|=۸ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-۲=\pm ۱۸ \\ x-۲=\pm ۸ \end{cases}$

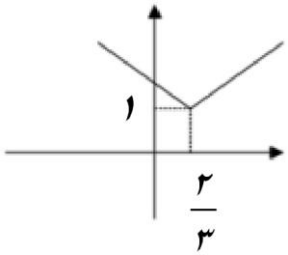
$$\Rightarrow \begin{cases} x=۲۰ \ , \ x=-۱۶ \\ x=۱۰ \ , x=-۶ \end{cases}$$

۱۱) $y=۲|x|$

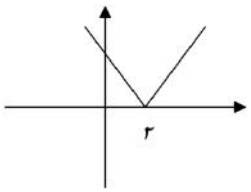


-۲۸

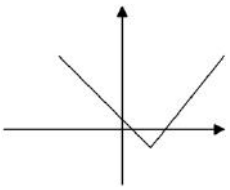
۱۲) $y=|-۳x+۲|+۱ \quad \rightarrow S\left|\begin{matrix} ۲ \\ ۳ \\ ۱ \end{matrix}\right.$



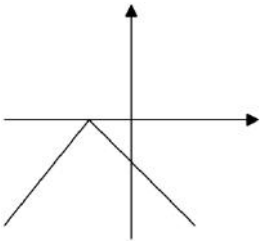
۱۳) $y=|۲-x| \quad \rightarrow \quad S=\left|\begin{matrix} ۲ \\ ۰ \end{matrix}\right.$



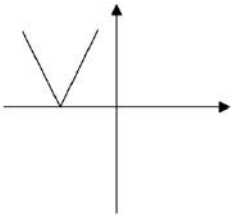
۱۴) $y=|-۳x+۲|-۱ \quad \rightarrow S=\left|\begin{matrix} ۲ \\ ۳ \\ -۱ \end{matrix}\right.$



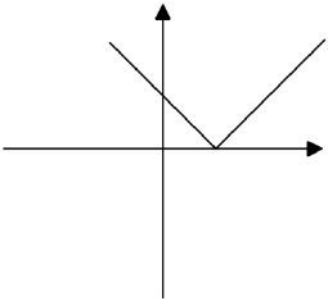
۱۵) $y=-|x+۱| \quad \rightarrow \quad S=\left|\begin{matrix} -۱ \\ ۰ \end{matrix}\right.$



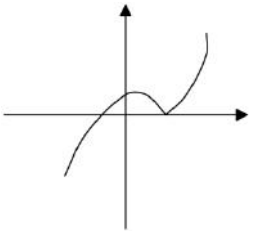
۱۶) $y = |۴x + ۸| \rightarrow S = \left|\begin{matrix}-۲\\ ۰\end{matrix}\right.$



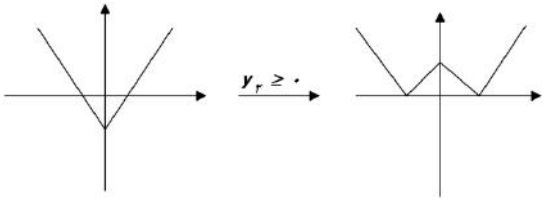
۱۷) $y = |۲x - ۳| \rightarrow S = \left|\begin{matrix}\frac{۳}{۲}\\ ۰\end{matrix}\right.$



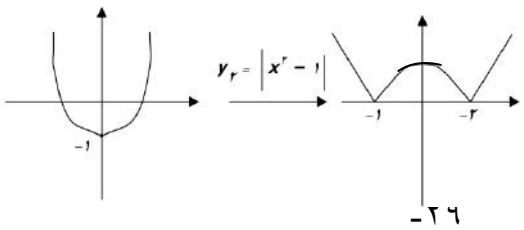
۱۸) $y = x|x - ۱|$ $\begin{cases} x \geq ۱ \rightarrow x^۲ - x = ۰ \quad S = \left|\begin{matrix}\frac{۱}{۲}\\ -\frac{۱}{۴}\end{matrix}\right. \\ x \leq ۱ \rightarrow -x^۲ + x = ۰ S = \left|\begin{matrix}\frac{۱}{۲}\\ \frac{۱}{۴}\end{matrix}\right. \end{cases}$



۱۹) $y = \overbrace{\left|\underbrace{|x| - ۱}_{y_۱}\right|}^{y_۲} \xrightarrow{S_{y_۱}} = \left|\begin{matrix}۰\\ -۱\end{matrix}\right.$

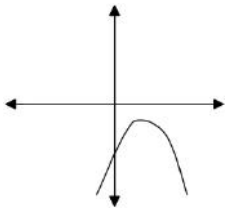


۲۰) $y = |x^۲ - ۱| \rightarrow y_۱ = x^۲ - ۱ \quad S_{y_۱} \left|\begin{matrix}\cdot\\ -۱\end{matrix}\right.$

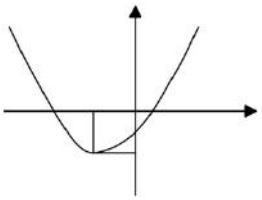


-۲۶

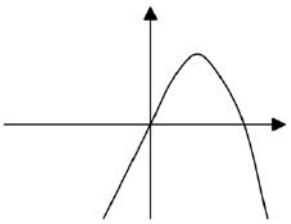
$y = -(x-۱)^۲ - ۱ \qquad max = \left|\begin{matrix}۱\\ -۱\end{matrix}\right.$



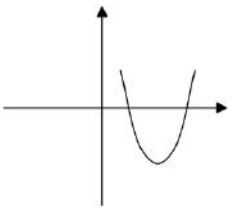
$y = ۲(x+۱)^۲ - ۱ \qquad min = \left|\begin{matrix}-۱\\ -۱\end{matrix}\right.$



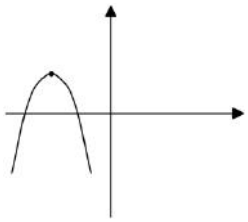
$y = -۲(x-۱)^۲ + ۱ \qquad min = \left|\begin{matrix}+۱\\ +۱\end{matrix}\right.$



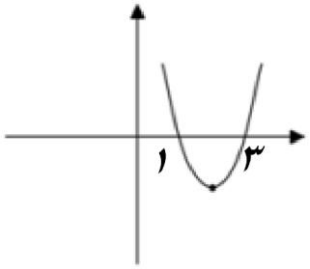
$y = \frac{۱}{۲}(x-۲)^۲ - ۲ \quad min = \left|\begin{matrix}۲\\ -۲\end{matrix}\right.$



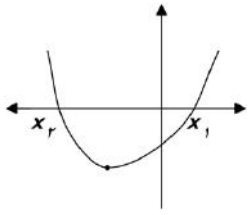
$y = \frac{۱}{۲}(x+۲)^۲ + ۲ \qquad max = \left|\begin{matrix}-۲\\ ۲\end{matrix}\right.$



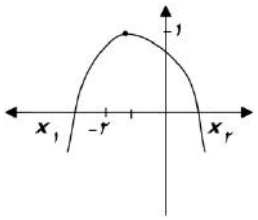
$y = x^۲ - ۴x + ۳ \quad x_۱ = +۱ \quad x_۲ = +۳ \quad min = \left|\begin{matrix}۲\\ -۱\end{matrix}\right.$



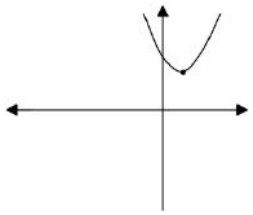
$y = x^۲ + ۳x - ۱ \qquad min = \left|\begin{matrix}-\frac{۳}{۲} & x_۱ = \frac{-۳+\sqrt{۱۳}}{۲}\\ -\frac{۱۳}{۴} & x_۲ = \frac{-۳-\sqrt{۱۳}}{۲}\end{matrix}\right.$



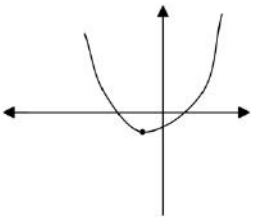
$y = -۲x^۲ - ۸x + ۱ \qquad Smax = \left|\begin{matrix}-۲ & x_۱ = \frac{۴+۳\sqrt{۶}}{۲}\\ ۹ & x_۲ = \frac{۴-۳\sqrt{۶}}{-۲}\end{matrix}\right.$



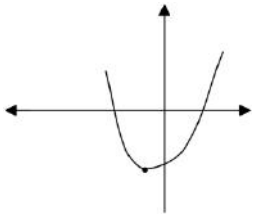
$y = ۳x^۲ - x + ۱ \qquad Smin = \left|\begin{matrix}\frac{۱}{۶}\\ \frac{۱۱}{۱۲}\end{matrix}\right.$



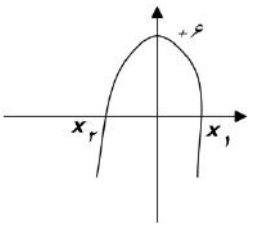
$y = \frac{۱}{۲}x^۲ + \frac{۱}{۲}x \qquad Smin = \begin{vmatrix} -\frac{۱}{۲} \\ -\frac{۱}{۸} \end{vmatrix}$



$y = \frac{۳}{۲}x^۲ + x - \frac{۱}{۲} \qquad Smin = \begin{vmatrix} -\frac{۱}{۳} \\ -\frac{۲}{۳} \end{vmatrix} \qquad \begin{matrix} x_۱ = -۱ \\ x_۲ = +\frac{۱}{۲} \end{matrix}$



$y = -۳x^۲ + ۶ \qquad Smax = \begin{vmatrix} ۰ \\ +۶ \end{vmatrix} \qquad \begin{matrix} x_۱ = \sqrt{۲} \\ x_۲ = \sqrt{۲} \end{matrix}$



-۳۰ $\frac{-a}{۲} = -۲ \quad \rightarrow -a = -۴ \quad \rightarrow \quad \boxed{a = ۴}$

$\frac{-\Delta}{۴} = ۴ \quad \rightarrow -\Delta = ۱۶ \quad \rightarrow -۱۶ + ۴b = ۱۶ \quad \rightarrow \boxed{b = ۸}$

-۳۱ $\frac{-n}{۲} = -۴ \quad \rightarrow \quad \boxed{n = ۸}$

$۶۴ - ۴m = ۲ \quad \rightarrow \quad -۴m = -۶۲ \quad \rightarrow \quad \boxed{m = \frac{۶۲}{۴} = \frac{۳۱}{۲}}$

-۳۲

تقاطع با محور xها $y = ۴ - (x - ۱)^۲ \rightarrow o = ۴ - (x - ۱)^۲ \rightarrow (x - ۱) = \pm ۲ \rightarrow \begin{matrix} x_۱ = ۳ \\ x_۲ = -۱ \end{matrix}$

$y = ۴ - (۰ - ۱)^۲ \quad \rightarrow \quad \boxed{y = ۳}$ تقاطع با محور yها

$y = ۲x^۲ - ۴ \quad \rightarrow ۲(x^۲ - ۲) = ۰ \rightarrow x^۲ = ۲ \rightarrow \boxed{x = \pm\sqrt{۲}}$ تقاطع با محور xها

$y = ۲ \times ۰ - ۴ \quad \rightarrow \quad \boxed{y = -۴}$ تقاطع با محور yها

$y = ۲(x + ۱)^۲ - ۸ \rightarrow (x + ۱)^۲ + ۴ = ۰ \quad \rightarrow \quad (x + ۱)^۲ = -۴$

(با محور x ها برخورد ندارد.) غ.ق.ق

$y = -۲(۰ + ۱)^۲ - ۸ \rightarrow \boxed{y = -۱۰}$ تقاطع با محور yها

$y = ۲x^۲ - ۱ \rightarrow -۲x^۲ - ۱ = ۰ \rightarrow -۲x^۲ = ۱ \rightarrow x^۲ = -\frac{۱}{۲}$

(با محور x ها برخورد ندارد.)

$y = -۲ \times ۰ - ۱ \rightarrow \boxed{y = -۱}$ تقاطع با محور yها

$y = ۳(x - ۱)^۲ + ۱ \rightarrow ۳(x - ۱)^۲ + ۱ = ۰ \quad \rightarrow \quad (x - ۱)^۲ = -\frac{۱}{۳}$

(تقاطع با محور x ها ندارد.)

$y = ۳(۰ - ۱)^۲ + ۱ \quad \rightarrow \boxed{y = ٤}$ تقاطع با محور yها

$$y = -۵x^۲ + ۳x + ۲ \rightarrow -۵x^۲ + ۳x + ۲ = ۰ \rightarrow (۱ - x)(۵x + ۲) = ۰ \begin{cases} x_۱ = -\frac{۲}{۵} \\ x_۲ = ۱ \end{cases}$$

تقاطع با محور x ها

$y = -۵ \times ۰ + ۳ \times ۰ + ۲ \quad \rightarrow \quad \boxed{y = ۲}$ تقاطع با محور yها

-۳۳ $\frac{-(-K^۳)}{۴} = ۲ \quad \rightarrow \quad K^۳ = ۸ \quad \rightarrow \quad K = ۲$

-۳۴ $\frac{-\Delta}{۴a} = ۱ \quad \rightarrow \frac{۸-a^۲}{۴} = ۱ \quad \rightarrow ۸ - a^۲ = ۴ \quad \rightarrow \quad -a^۲ = -۴ \rightarrow \quad a = \pm ۲$

-۳۵ $y = ax^۲ + bx + c \quad \rightarrow \quad \frac{-b}{۲a} = -۱ \quad \rightarrow \quad ۲a = b$

$$\frac{۴ac - b^۲}{۴a} = ۱ \rightarrow ۴ac - b^۲ = ۴a \quad \rightarrow \quad ۲bc - b^۲ = ۲b \rightarrow c = \frac{۲ + b}{۲}$$

$$۲ = a + b + c \quad \rightarrow \quad ۲ = \frac{b}{۲} + b + \frac{۲+b}{۲} \quad \Longrightarrow \quad ۲ = \frac{b+۲b+۲+b}{۲} \longrightarrow b = \frac{۱}{۲}$$

$b = \frac{۱}{۲} \qquad a = \frac{۱}{۴} \qquad c = \frac{۵}{۴}$

$$y = \frac{۱}{۴}x^۲ + \frac{۱}{۲}x + \frac{۵}{۴}$$

-۳۶ $y = ax^۲ + bx + c \quad \longrightarrow \quad -\frac{b}{۲x} = ۱ \quad \longrightarrow \quad b = -۲a$

$$\frac{۴ac - b^۲}{۴a} = -۲ \rightarrow \quad ۴ac - b^۲ = -۸a \quad \rightarrow \quad -۲bc - b^۲ = ۴b \rightarrow c = \frac{۴+b}{-۲}$$

$۴a - ۲b + c = ۷ \rightarrow \frac{۴b}{-۲} - ۲b\frac{+۴+b}{-۲} = ۷ \rightarrow \frac{۵b+۴b}{-۲} = ۷ \rightarrow ۹b = -۱۴ \rightarrow b = \frac{-۱۴}{۹}$

$b = -\frac{۱۴}{۹} \qquad a = \frac{۱۴}{۱۸} \qquad c = \frac{۱۱}{۹}$

$y = \frac{۱۴}{۱۸}x^۲ - \frac{۱۴}{۹}x + \frac{۱۱}{۹}$

۳۷- $y = ax^۲ + bx + c \longrightarrow y + \frac{b^۲}{۴a} = x^۲ + \frac{b}{a}x + c + \frac{b^۲}{۴a}$

$y + \frac{b^۲}{۴a} = \left(x + \frac{b}{۲a}\right)^۲ + c \longrightarrow y = \left(x + \frac{b}{۲a}\right)^۲ + \frac{۴ac-b^۲}{۴a}$

$S = \left(\frac{-b}{۲a} \ , \frac{۴ac-b^۲}{۴a}\right)$

۳۸- $\frac{-۲m+۴ac-m^۲}{۴} = \frac{-۷}{۴} \rightarrow m^۲ + ۲m - ۴ = +۷ \rightarrow m^۲ + ۲m - ۳ = ۰$

$(m+۳)(m-۱) = ۰ \qquad \begin{cases} m = -۳ \\ m = ۱ \end{cases}$

۳۹- $\rightarrow M = \frac{-\Delta}{۴a} \rightarrow M = \frac{-۸}{۴} \rightarrow M = -۲$ فقط در عرض رأس $\underline{۱}$ نقطه برخورد دارد.

۴۰- $\frac{-\Delta}{۴a} = -۲ \rightarrow \frac{-۴K-(۳K-۱)^۲}{۴K} = -۲ \rightarrow \frac{۹K^۲-۲K+۱}{-۴K} = -۲$

$۹K^۲ - ۱۰K + ۱ = ۰ \rightarrow \Delta = ۱۰۰ - ۳۶ = ۶۴ \qquad \frac{۱۰\pm۸}{۱۸} \qquad \begin{cases} ۱ = K_۱ \\ \frac{۱}{۹} = K_۲ \end{cases}$

۴۱- $y = -۳ \rightarrow x^۲ - x - ۲ = ۰ \rightarrow (x-۲)(x+۱) = ۰ \rightarrow x_۱ = -۱ \ x_۲ = ۲$

$y = ۳x \rightarrow x^۲ - ۴x - ۵ = ۰ \rightarrow (x-۵)(x+۱) \rightarrow x_۱ = -۱ \quad x_۲ = ۵$

$(۲)^۲ - ۲ - ۵ = y \rightarrow y = -۳$

۴۲- $ax^۲+bx+c=y \quad y=-x^۲+۴x-۳ \quad \rightarrow \quad \begin{cases} a+b+c=۰ \\ ۹a+۳b+c=۰ \\ c=-۳ \end{cases} \quad \begin{cases} a+b=۳ \\ ۹a+۳b=۳ \end{cases} \quad a=-۱ \quad b=۴$

۴۳- $\frac{+۲}{۲}=m \quad \rightarrow \quad \boxed{m=۱}$

۴۴- $\frac{-b}{۲a}=\frac{-\Delta}{۴a} \quad \Longrightarrow \quad \frac{۲a}{۲a}=\frac{-۱۲a+۴a^۲}{۴a} \longrightarrow \frac{+۴a(-۳+a)}{۴a}=۱ \quad \longrightarrow \quad a-۳=۱ \quad \boxed{a=۴}$

۴۵- ۱) $c=۲ \quad ax^۲+bx+۲=y \quad \begin{cases} a-b=-۲ \\ ۴a+۲b=-۲ \end{cases} \quad ۶a=-۶ \rightarrow \begin{matrix} a=-۱ \\ b=۱ \end{matrix} \Longrightarrow -x^۲+x+۲=y$

۲) $c=-۲ \quad y=ax^۲+bx-۲ \quad \frac{-b}{۲a}=۱ \rightarrow -b=۲a \quad \begin{cases} b=-۲a \\ ۹a+۳b=-۲ \end{cases} \quad ۹a-۶a=۲ \longrightarrow \begin{matrix} a=\frac{۲}{۳} \\ b=\frac{۴}{۳} \end{matrix}$

$y=\frac{۲}{۳}x^۲-\frac{۴}{۳}x-۲$

۴۶- $\frac{-\Delta}{۴a}=\frac{۱۱}{۱۲} \quad \rightarrow \quad \frac{-\Delta}{۱۲}=\frac{۱۱}{۱۲} \quad \rightarrow \quad \Delta=-۱۱ \quad \rightarrow \quad ۱-۴(۲m-۱)=۱۱$

$۱-۸m+۴=۱۱ \quad \rightarrow \quad -۸m=۶ \quad \rightarrow \quad m=-\frac{۳}{۴}$

۴۷- $y=(۱-۲m)(x+۱-۳n)^۲+۲-۵m \quad \Longrightarrow \quad y=a(x-\alpha)^۲+\beta \quad \Longrightarrow$

$S\begin{vmatrix}\alpha \\ \beta\end{vmatrix} \quad S\begin{vmatrix}-۱ \\ ۱\end{vmatrix} \quad \Longrightarrow \quad \begin{matrix}\alpha=-۱+۳n \\ \beta=۲-۵m\end{matrix} \quad \Longrightarrow \quad \boxed{n=۰} \quad \boxed{m=\frac{۱}{۵}}$

۴۸- $y=-۲[(x+۳-m^۲)^۲]-m+۱ \rightarrow y=-۲x^۲-۱۸-m^۴-۱۲x+۴m^۲x+۶m^۲$

$$\frac{-b}{۲a} = ۱ \rightarrow \frac{+۱۲-۴m^۲}{-۴} = ۱ \rightarrow ۱۲ - ۴m^۲ = -۴ \rightarrow -۴m^۲ = -۱۶ \rightarrow m = \pm ۲$$

۴۹-

$$(۱-۲K)y = -(۳K+۱)x^۲ + Kx - ۵$$

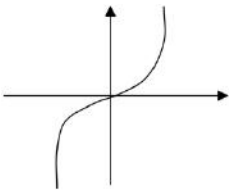
$$y = \frac{-۳K-۱}{۱-۲K}\ x^۲ + \frac{K}{۱-۲K}\ x + \frac{-۵}{۱-۲K}$$

$$x = \frac{-b}{۲a} \implies \frac{۱}{۸} = \frac{\frac{-K}{۱-۲K}}{\frac{۲(-۳K-۱)}{۱-۲K}} = \frac{+K}{۲(۳K+۱)} = \frac{۱}{۸}$$

$$\begin{vmatrix} ۴K = ۳K + ۱ \\ \boxed{K = ۱} \end{vmatrix}$$

۵۰-

$$y = -x\sqrt{x^۲} \rightarrow y = -x|x| \rightarrow \begin{cases} x \geq ۰ \rightarrow y = -x^۲ \\ x \leq ۰ \rightarrow y = x^۲ \end{cases}$$

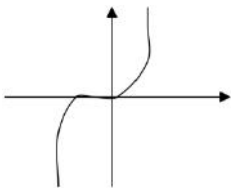


$$y = x\sqrt{(x+۱)^۲} \rightarrow y = +x|x+۱| \rightarrow \begin{cases} x \geq -۱ \rightarrow x^۲ + x = y \\ x \leq -۱ \rightarrow -x^۲ - x = y \end{cases}$$

$$S\left|\begin{matrix} -\frac{۱}{۲} \\ -\frac{۱}{۴} \end{matrix}\right. \qquad S\left|\begin{matrix} -\frac{۱}{۲} \\ \frac{۱}{۴} \end{matrix}\right.$$

۵۱-

$$۱)\ x^۲ - ۵x + ۶ = ۰ \rightarrow (x-۲)(x-۳) = ۰ \rightarrow$$



$$x_۱ = ۲ \quad x_۲ = ۳$$

$$۲)\ ۲x^۲ - x - ۳ \rightarrow ۲A = ۴x^۲ - ۲x - ۶ \rightarrow ۲A = (۲x-۳)(۲x+۲)$$

$$A = (۲x-۳)(x+۱) \rightarrow x_۱ = \frac{۳}{۲} \qquad x_۲ = -۱$$

$$۳)\ ۳x^۲ + x - ۴ = ۰ \ \rightarrow\ ۳A = ۹x^۲ + ۳x - ۱۲ \rightarrow ۳A = (۳x + ۴)(۳x - ۳)$$

$$A = (۳x + ۴)(x - ۱) \ \rightarrow\ x_۱ = -\frac{۴}{۳} \quad x_۲ = ۱$$

$$۴)\ x^۲ - ۱ + (x + ۱)(x - ۴) = ۰ \Longrightarrow (x - ۱)(x + ۱) + (x + ۱)(x - ۴) = ۰$$

$$(x + ۱)(۲x - ۵) = ۰ \ \rightarrow\ x_۱ = -۱ \quad x_۲ = \frac{۵}{۲}$$

$$۵)(۴x^۲ - ۳x - ۱۸)^۲ - (۴x^۲ + ۳x)^۲ = ۰ \rightarrow (۴x^۲ - ۳x - ۱۸ - ۴x^۲ - ۳x)(۸x^۲ - ۱۸) = ۰$$

$$(-۶x - ۱۸)(۸x^۲ - ۱۸) = ۰ \ \rightarrow\ x_۱ = -۳ \qquad x_۲ = \pm\frac{۳}{۲}$$

$$۶)(۵ - ۳x)^۲ - (۲ - x)^۲ = (۵ - ۳x + ۲ - x)(۵ - ۳x - ۲ + x) =$$

$$(۷ - ۴x)(۳ - ۲x) \qquad x_۱ = \frac{۷}{۴} \quad x_۲ = \frac{۳}{۲}$$

$$۷)\ (۲x + ۳)(۴x - ۱) - (۹ - ۴x^۲) = ۰ \Longrightarrow\ ۸x^۲ - ۲x + ۱۲x - ۳ - ۹ + ۴x^۲ = ۰$$

$$۱۲x^۲ + ۱۰x - ۱۲ = ۰ \ \rightarrow\ ۶x^۲ + ۵x - ۶ = ۰ \ \rightarrow\ ۶A = ۳۶x^۲ + ۳۰x - ۳۶$$

$$۶A = ۳(۲x + ۳)۲(۳x - ۲) \ \rightarrow\ (۲x + ۳)(۳x - ۲) = ۰ \quad x_۱ = -\frac{۳}{۲} \qquad x_۲ = \frac{۲}{۳}$$

$$۸)\ ۴(۲x + ۷)^۲ - ۹(x + ۳)^۲ = ۰ \rightarrow [۲(۲x + ۷) - ۳(x + ۳)][۲(۲x + ۷) + ۳(x + ۳)]$$

$$(x + ۵)(۷x + ۲۳) = ۰ \qquad x_۱ = -۵ \qquad x_۲ = \frac{-۲۳}{۷}$$

$$۵۲-\ ۱)\ x^۲ + ۶x - ۷ = ۰ \ \rightarrow\ x^۲ + ۶x - ۷ + ۹ = ۹ \ \rightarrow\ (x + ۳)^۲ - ۷ = ۹$$

$$(x + ۳)^۲ = ۱۶ \quad \begin{cases} x + ۳ = ۴ & \rightarrow\ x_۱ = ۱ \\ x + ۳ = -۴ & \rightarrow\ x_۲ = -۷ \end{cases}$$

۲) $۴x^۲ - ۳x + ۱ + \frac{۹}{۱۶} = \frac{۹}{۱۶} \rightarrow \left(۲x - \frac{۳}{۴}\right)^۲ = -\frac{۵}{۱۶}$ ریشه حقیقی ندارد

۳) $x^۲ - \frac{۷}{۳}x + \frac{۴}{۳} + \frac{۴۹}{۳۶} = \frac{۴۹}{۳۶} \rightarrow \left(x - \frac{۷}{۶}\right)^۲ = \frac{۱}{۳۶} \rightarrow x_۱ = \frac{۴۳}{۳۶} \quad , \quad x_۲ = \frac{۴۱}{۳۶}$

۴) $x^۲ - \frac{x}{۵} - \frac{۴}{۵} = ۰ \rightarrow x^۲ - \frac{x}{۵} - \frac{۴}{۵} + \frac{۱}{۱۰۰} = \frac{۱}{۱۰۰} \rightarrow \left(x - \frac{۱}{۱۰}\right)^۲ = \frac{۸۱}{۱۰۰} \quad x_۱ = ۱ \quad x_۲ = -۰/۸$

۵) $x^۲ + ۳x + ۱ + \frac{۹}{۴} = \frac{۹}{۴} \rightarrow \left(x + \frac{۳}{۲}\right)^۲ = \frac{۵}{۴} \quad x_۱ = \frac{\sqrt{۵}-۶}{۲} \quad x_۲ = \frac{-\sqrt{۵}-۶}{۲}$

۶) $x^۲ - \frac{۴}{۹}x + \frac{۵}{۹} + \frac{۱۶}{۳۲۴} = \frac{۱۶}{۳۲۴} \rightarrow \left(x - \frac{۴}{۱۸}\right)^۲ = \frac{۱۶-۱۸۰}{۳۲۴}$ ریشه حقیقی ندارد

۷) $x^۲ + \frac{۲+\sqrt{۲}}{۲}x + \frac{\sqrt{۲}}{۲} + \frac{۶+۴\sqrt{۲}}{۱۶} = \frac{۶+۴\sqrt{۲}}{۱۶}$

$\left(x + \frac{۲+\sqrt{۲}}{۴}\right)^۲ = \frac{۶-۴\sqrt{۲}}{۱۶} \rightarrow x_۱ = \frac{\sqrt{۶-۴\sqrt{۲}}-۲-\sqrt{۲}}{۴} \quad x_۲ = \frac{-\sqrt{۶-۴\sqrt{۲}}-۲-\sqrt{۲}}{۴}$

$x_۱ = \frac{\sqrt{(۲-\sqrt{۲})^۲}-۲-\sqrt{۲}}{۴} = \frac{۲-\sqrt{۲}-۲-\sqrt{۲}}{۴} = \frac{-\sqrt{۲}}{۲} \quad x_۲ = \frac{-\sqrt{(۲-\sqrt{۲})^۲}-۲-\sqrt{۲}}{۴} = \frac{-۲+\sqrt{۲}-۲-\sqrt{۲}}{۴=-۱}$

۸) $x^۲ + (\sqrt{۶} - ۳)x + (۲ - \sqrt{۶}) = ۰ \quad \left(x + \frac{۱۵-۶\sqrt{۶}}{۲}\right)^۲ = \frac{۷-۲\sqrt{۶}}{۴}$

$x_۱ = \frac{\sqrt{۷-۲\sqrt{۶}}-۱۵+۶\sqrt{۶}}{۲} \qquad x_۲ = \frac{-\sqrt{۷-۲\sqrt{۶}}-۱۵+۶\sqrt{۶}}{۲}$

۹) $(m-۱)x^۲ + ۲mx + m + ۱ = ۰ \rightarrow x^۲ + \frac{۲m}{m-۱}x + \frac{m+۱}{m-۱} = ۰$

$\left(x + \frac{m}{m-۱}\right)^۲ + \frac{m+۱}{m-۱} = \frac{۴m^۲}{۴m^۲-۸m+۴} \rightarrow \left(x + \frac{m}{m-۱}\right)^۲ = \frac{m^۲-m^۲+۱}{(m-۱)^۲}$

$$x_۱ = \frac{۱-m}{m-۱} = -۱ \qquad x_۲ = \frac{-۱-m}{m-۱}$$

$$۱۰)(m+n)x^۲ + (۱-n)x - ۱ - m = ۰ \rightarrow x^۲ + \left[\frac{۱-n}{m+n}\right]x - \frac{۱+m}{m+n} + \frac{(۱-n)^۲}{۴(m+n)^۲}$$

$$\frac{(۱-n)^۲}{۴(m+n)^۲} \Longrightarrow \left[x + \frac{۱-n}{۲m+۲n}\right]^۲ = \frac{(۱-n)^۲+۴(m+n)^۲}{۴(n+m)^۲} \qquad x_۱ = \frac{\pm\sqrt{(۱-n)^۲+۴(m+n)}-۱+n}{۲(n+m)}$$

$$۱۱)\ x^۲ + \frac{a+b}{۲a-b}x + \frac{۲b-a}{۲a-b} = ۰$$

$$x^۲ + \frac{a+b}{۲a-b}x + \frac{۲b-a}{۲a-b} + \left(\frac{a+b}{۴a-۲b}\right)^۲ = \left(\frac{a+b}{۴a-۲b}\right)^۲ \Longrightarrow \left(x + \frac{a+b}{۴a-۲b}\right)^۲$$

$$\frac{a-۲b}{۲a-b} + \frac{a^۲+b^۲+۲ab}{۴(۲a-b)^۲} = \frac{۴(a-۲b)(۲a-b)+a^۲+b^۲+۲ab}{۴(۲a-b)^۲} \Longrightarrow \left(x + \frac{a+b}{۴a-۲b}\right)^۲ =$$

$$\frac{۹a^۲-۱۸ab+۹b^۲}{۴(۲a-b)^۲} \Longrightarrow \left(x + \frac{b+a}{۴a-۲b}\right) = \pm\frac{۳a-۳b}{۲(۲a-b)} \Longrightarrow \begin{cases} x = \frac{a-۲b}{۲a-b} \\ x = -۱ \end{cases}$$

۱۲- مشابه سوال ۱۱ می باشد و حل به عهده ی دانش آموز عزیز است.

و جواب آخر : $x_۱ = -۱ \qquad x_۲ = \frac{\sqrt{۵}-۱}{\sqrt{۵}-\sqrt{۳}-۱}$

۱۳- مشابه سوال ۱۱ می باشد و حل به عهده ی دانش آموز عزیز است.

و جواب آخر : $x_۱ = -۱ \qquad x_۲ = \frac{m+n}{m-n}$

۱۴- مشابه سوال ۱۱ می باشد و حل به عهده ی دانش آموز عزیز است.

و جواب آخر : $x_۱ = ۱ \qquad x_۲ = \frac{۲b-۳a+۱}{a-۱}$

۵۳- شرط $\begin{cases} x \neq ۱ \\ x \neq -۱ \end{cases}$

۱) $\frac{x^۲+۲x+۱-x^۲+۲x-۱}{(x-۱)(x+۱)} = ۳x\left(\frac{x+۱-x+۱}{x+۱}\right)$

$\frac{۴x}{x-۱} = ۶x \implies ۶x^۲ - ۴x - ۶ = ۰ \xrightarrow{\div ۲} ۳x^۲ - ۲x - ۳ = ۰ \implies$

$x = \frac{۲\pm\sqrt{۴+۳۶}}{۶} = \frac{۲\pm۲\sqrt{۱۰}}{۶} = \frac{۱\pm\sqrt{۱۰}}{۳}$

۲) $\frac{x^۲+۲x-۸+x^۲-۶x+۵}{x^۲-x-۲۰} = \frac{۲x^۲-۶x+۵}{x^۲-x-۲۰}$ شرط $\begin{cases} x \neq ۵ \\ x \neq -۴ \end{cases}$

$۲x^۲ - ۴x - ۳ = ۲x^۲ - ۶x + ۵ \implies ۲x = ۸ \implies \boxed{x = ۴}$

۳) $\frac{x^۲-۲x-۳+x^۲+۲x-۳}{x^۲-۱} = \frac{x^۲+۴x-۱۲+x^۲-۴x-۱۲}{x^۲-۴} \implies$ شرط $\begin{cases} x \neq \pm ۱ \\ x \neq \pm ۲ \end{cases}$

$\frac{۲x^۲-۶}{x^۲-۱} = \frac{۲x^۲-۲۴}{x^۲-۴} \implies ۲x^۴ - ۸x^۲ - ۶x^۲ + ۲۴ = ۲x^۴ - ۲x^۲ - ۲۴x^۲ + ۲۴$

$-۱۴x^۲ + ۲۶x^۲ = ۰ \qquad ۱۲x^۲ = ۰ \qquad \boxed{x = ۰}$

۴) $\frac{۸x-۳-۲x^۲-۶x}{x+۳} = \frac{۴x+۱۲-۳x^۲}{x+۳}$ شرط $x \neq -۳$

$-۲x^۲ + ۲x - ۳ = -۳x^۲ + ۴x + ۱۲ \implies x^۲ - ۲x - ۱۵ = ۰ \implies$

$(x-۵)(x+۳) = ۰ \implies \begin{cases} x = ۵ & \checkmark \\ x = -۳ & \text{غ ق ق} \end{cases}$

۵) $\frac{\frac{x^۲+۲x+۱-x^۲-x+۲}{(x+۲)(x+۱)}}{\frac{x-۱-x-۱}{x-۱}} = -\frac{۱}{۲}$ شرط : $\begin{cases} x \neq -۲ \\ x \neq \pm ۱ \end{cases}$

$$\frac{(x+۳)(x-۱)}{-۲(x+۲)(x+۱)} = -\frac{۱}{۲} \implies x^۲ + ۲x - ۳ = x^۲ + ۳x + ۲ \implies \boxed{x = ۵}$$

۶) $\frac{\frac{۲x-۲-x+۳}{٤}}{۲x+\frac{\frac{٤}{۲}}{\frac{x-۱+x+۱}{x-۱}}} = -\frac{x}{۸} \implies$ شرط : $x \neq ۱ \ , \ x \neq ۰$

$$\frac{\frac{x+۱}{٤}}{\frac{٤x^۲+٤x-٤}{۲x}} = -\frac{x}{۸} \implies \frac{x^۲+x}{۸x^۲+۸x-۸} = \frac{-x}{۸} \implies$$

$$۸x^۲ + ۸x = -۸x^۳ - ۸x^۲ + ۸x \xrightarrow{\div ۸} x^۳ + ۲x^۲ = ۰ \quad x^۲(x+۲) = ۰ \implies$$

$\begin{cases} x = ۰ \\ x = -۲ \checkmark \end{cases}$ غ.ق.ق

۷) $x^۲ - ٤x + \frac{۱}{x^۲-٤x+۵} = ۲$ برای سهولت‌کار قرار میدهیم : $x^۲ - ٤x = A$

$$A + \frac{۱}{A+۵} = ۲ \implies \frac{A^۲+۵A+۱}{A+۵} = ۲ \implies A^۲ + ۵A + ۱ = ۲A + ۱۰ \implies$$

$$A^۲ + ۳A - ۹ = ۰ \implies A = \frac{-۳\pm ۳\sqrt{۵}}{۲} \implies \begin{cases} x^۲ - ۴x = \frac{-۳+۳\sqrt{۵}}{۲} \\ x^۲ - ۴x = \frac{-۳-۳\sqrt{۵}}{۲} \end{cases}$$

معادله درجه دوم $۲x^۲ - ۸x + ۳ - ۳\sqrt{۵} = ۰$

حل شود . $۲x^۲ - ۸x + ۳ + ۳\sqrt{۵} = ۰$

۸) $x^٤ - ۲۵x^۲ + ۱۴۴ = ۰ \implies x^٤ + ۱۴۴ = (x^۲ + ۱۲)^۲ - ۲۴x^۲ \implies$

$$(x^۲ + ۱۲)^۲ - ۴۹x^۲ = ۰ \implies (x^۲ - ۷x + ۱۲)(x^۲ + ۷x + ۱۲) = ۰$$

$$(x-۴)(x-۳)(x+۴)(x+۳)=۰ \implies \begin{cases} x=\pm ۳ \\ x=\pm ۴ \end{cases}$$

۹) $x^۴-x^۳-۷x^۲+۷x-۶x+۶=۰ \implies$

$$x^۳(x-۱)-۷x(x-۱)-۶(x-۱)=۰ \implies$$

$$(x-۱)(x^۳-۷x-۶)=۰ \implies (x-۱)(x^۳-۶x-x-۶)=۰ \implies$$

$$(x-۱)\left[\left(x\underbrace{(x^۲-۱)}_{(x-۱)(x+۱)}-۶(x+۱)\right]=۰ \implies (x-۱)(x+۱)(x^۲-x-۶)=۰$$

$\implies$

$$(x-۱)(x+۱)(x-۳)(x+۲)=۰ \implies \begin{cases} x=۱ \\ x=-۱ \\ x=۳ \\ x=-۲ \end{cases}$$

۱۰) $(۶-x)^۴+(۸-x)^۴=۱۶$

$$(۶-x)^۴+(۸-x)^۴=۲^۴$$

x فقط می تواند ریشه های داخل پرانتز شود تا این تساوی برقرار باشد

$\boxed{x=۶}$ یا $\boxed{x=۸}$

۵۴- ۱) $\Delta=۰ \; (m+۳)^۲-۱۲m=۰ \implies m^۲+۶m-۱۲m+۹=۰ \implies$

$$(m^۲-۶m+۹)=۰ \implies (m-۳)^۲=۰ \implies m=۳$$

۲) $x^۲ - m^۲x + ۴ = ۰ \implies \Delta = ۰ \; m^۴ - ۱۶ = ۰ \quad m^۴ = ۱۶ \implies \boxed{m = \pm ۲}$

۳) $m^۲x^۲ - mx + m + ۱ = ۰ \implies \Delta = ۰ \implies m^۲ - ۴m^۲(m+۱) = ۰ \implies$

$$m^۲ - ۴m^۳ - ۴m^۲ = ۰ \implies -۴m^۳ - ۳m^۲ = ۰ \implies m^۲(-۴m - ۳) = ۰ \begin{cases} m = ۰ & \text{غ ق ق} \\ m = \frac{۳}{۴} & \checkmark \end{cases}$$

۴) $۲x^۲ - (۲m+۳)x + ۳m = ۰ \implies \Delta = ۰ \; (۲m+۳)^۲ - ۲۴m = ۰$ ۴

$$۴m^۲ + ۱۲m + ۹ - ۲۴m = ۰ \implies ۴m^۲ ۱۲m + ۹ = ۰ \implies (۲m-۳)^۲ = ۰ \implies m = \frac{۳}{۲}$$

۵) $(۵m-۱)x^۲ - (۵m+۲)x + ۳m - ۲ = ۰ \implies \quad \Delta = ۰$

$$(۵m+۲)^۲ - ۴(۳m-۲)(۵m-۱) = ۰ \implies ۲۵m^۲ + ۲۰m + ۴ - ۴(۱۵m^۲ - ۱۳m + ۲) = ۰$$

$$\implies ۲۵m^۲ + ۲۰m + ۴ - ۶۰m^۲ + ۵۲m - ۸ = ۰ \quad \implies -۳۵m^۲ + ۷۲m - ۴ = ۰$$

$$\implies m = \frac{-۷۲ \pm \sqrt{۷۲^۲ - ۱۶(۳۵)}}{-۷۰} = \frac{-۷۲ \pm \sqrt{۴۶۲۴}}{-۷۰} = \frac{-۷۲ \pm ۶۸}{-۷۰} \nearrow \frac{۲}{۳۵} \; \searrow ۲$$

۶) $(m+۳)x^۲ + ۲(۳m+۱)x + m + ۳ = ۰ \qquad \Delta = ۰$

$$۴(۳m+۱)^۲ - ۴(m+۳)^۲ = ۰ \implies ۴(۹m^۲ + ۶m + ۱) - ۴(m^۲ + ۶m + ۹) = ۰ \implies$$

$$۳۶m^۲ + ۲۴m + ۴ - ۴m^۲ - ۲۴m - ۳۶ = ۰ \quad \implies$$

$$۳۲m^۲ - ۳۲ = ۰ \qquad m^۲ = ۱ \qquad \implies \boxed{m = \pm ۱}$$

۵۵- ریشه مضاعف $= x_۱ = x_۲ = \frac{-b}{۲a} = \frac{b-a}{۲(۲a+b)} = ۲ \implies b - a = ۸a + ۴b$

$\Rightarrow \quad ۹a = -۳b \quad \Rightarrow \quad \boxed{b = -۳a}$

$\Delta = ۰ \ (a-b)^۲ - ۱۶(۲a+b) = ۰ \ \Rightarrow \ (a+۳a)^۲ - ۱۶(۲a-۳a) = ۰ \ \Rightarrow$

$۱۶a^۲ + ۱۶a = ۰ \quad ۱۶a(a+۱) = ۰ \ \Rightarrow \begin{cases} a = ۰ \ \Rightarrow b = ۰ \text{ غ.ق.ق} \\ \boxed{a = -۱} \ \Rightarrow \boxed{b = ۳} \end{cases}$

۵۶- $(۲m-۱)x^۲ - ۲x + ۱ = ۰$

الف) $\Delta > ۰ \ \ ۴ - ۴(۲m-۱) > ۰ \Rightarrow ۴ - ۸m + ۴ > ۰ \ \ -۸m > -۸ \Rightarrow \boxed{m < ۱}$

ب) $\Delta = ۰ \qquad -۸m + ۸ = ۰ \qquad \boxed{m = ۱}$

ج) $۲m - ۱ + ۲ + ۱ = ۰ \qquad ۲m = -۲ \qquad \boxed{m = -۱}$

د) $\Delta < ۰ \qquad -۸m + ۸ < ۰ \qquad \boxed{m > ۱}$

هـ) $\Delta \geq ۰ \qquad -۸m + ۸ \geq ۰ \qquad \boxed{m \leq ۱}$

۵۷- $x^۲ + (x+۱)^۲ + (x+۲)^۲ = ۷۷ \quad \Rightarrow ۳x^۲ + ۶x + ۵ - ۷۷ = ۰$

$۳x^۲ + ۶x - ۷۲ = ۰ \quad \xrightarrow{\div ۳} \quad x^۲ + ۲x - ۲۴ = ۰ \quad \Rightarrow \quad (x+۶)(x-۴) = ۰$

$\begin{cases} x = -۶ & \text{غ.ق.ق} \\ x = ۴ & \rightarrow \quad ۴, ۵, ۶ \end{cases}$

۵۸- $x, y = ?$, $2x + 2y = 40$ $x.y = 51$

$$x = \frac{51}{y} \rightarrow \frac{102}{y} + 2y = 40 \Rightarrow 51 + y^2 = 20y \Rightarrow$$

$$y^2 - 20y + 51 = 0 \Rightarrow (y-17)(y-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} y = 7 \Rightarrow x = 3 \\ y = 3 \Rightarrow x = 1 \checkmark \end{cases}$$

۵۹- $mx^2 + (m^2 - 4)x + m - 3 = 0$ $x_1 = -x_2 \Rightarrow x_1 + x_2 = 0$

$$\Rightarrow \frac{-b}{a} = 0 \Rightarrow b = 0 \Rightarrow \boxed{m = \pm 2}$$

۶۰- $K x^2 + 5x + K^2 - 6 = 0$ $x_1 = \frac{1}{x_2} \Rightarrow x_1 x_2 = 1 \Rightarrow$

$$\frac{c}{a} = 1 \Rightarrow c = a \Rightarrow K^2 - 6 = K \Rightarrow K^2 - K - 6 = 0 \Rightarrow$$

$$(K-3)(K+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} K = 3 \\ K = -2 \end{cases}$$

۶۱- $x^2 - (a+2)x + 2a = (x+?)^2 \Rightarrow$ $2a$ باید مجذور کامل

$x^2 - 4x + 4 = (x-2)^2$ باشد $a = 2$

۶۲- $۲x^۲ - mx + m - ۱ = ۰$ $\quad x_۱^۲ + x_۲^۲ = ۴ \implies S = \frac{m}{۲} \quad P = \frac{m-۱}{۲}$

$$(x_۱ + x_۲)^۲ - ۲x_۱x_۲ = ۴ \implies S^۲ - ۲P = ۴ \implies$$

$$\frac{m^۲}{۴} - m + ۱ = ۴ \implies m^۲ - ۴m + ۴ = ۱۶ \implies m^۲ - ۴m - ۱۲ = ۰$$

$$(m - ۶)(m + ۲) = ۰ \implies \begin{cases} m = ۶ \\ m = -۲ \end{cases}$$

۶۳- $$\begin{cases} ۲ + a = ۰ \\ \sqrt{b+۳} + a = ۰ \end{cases} \implies \begin{cases} a = -۲ \\ \sqrt{b+۳} - ۲ = ۰ \end{cases} \implies b + ۳ = ۴ \implies \boxed{b = ۱}$$

۶۴- $$\frac{۱}{\alpha} + \frac{۱}{\beta} \implies \frac{۲a}{-b+\sqrt{\Delta}} + \frac{۲a}{-b-\sqrt{\Delta}} = \frac{-۲ab-۲a\sqrt{\Delta}-۲ab+۲a\sqrt{\Delta}}{b^۲+b\sqrt{\Delta}-b\sqrt{\Delta}-\Delta} = \frac{-۴ab}{b^۲-\Delta}$$

$$\frac{-۴ab}{b^۲ - b^۲ + ۴ac} = -\frac{۴ab}{۴ac} = -\frac{b}{c} \to \frac{۱ - ۲K}{K} = \frac{۷}{۴} \to ۴ - ۸K = ۷K \to +۱۵K = ۴ = K = \frac{۴}{۱۵}$$

-۶۵

الف) $x_1+3 \leftarrow$ ریشه معادله فوق $\Longrightarrow (x_1+3)^2-(x_1+3)+3$

ب) $\acute{x}_1-2 \leftarrow$ ریشه معادله فوق $\Longrightarrow (x_1-2)^2-(x_1-2)+3$

ج) $\frac{\acute{x}_1}{5} \leftarrow$ " $\rightarrow x^2-5x+75=0$ $\begin{matrix} y_1=5x_1 \\ y_2=5x_2 \end{matrix} \left| \begin{matrix} S=5S \\ \acute{P}=25P \end{matrix} \right| \begin{matrix} S=5 \\ \acute{P}=75 \end{matrix}$

د) $\sqrt{\acute{x}_1} \leftarrow$ " $\Longrightarrow x^2+5x+9=0$ $\begin{matrix} y_1={x_1}^2 \\ y_2={x_2}^2 \end{matrix} \left| \begin{matrix} \acute{S}=S^2-2P \\ \acute{P}=P^2 \end{matrix} \right. \Longrightarrow \begin{matrix} \acute{S}=-5 \\ \acute{P}=9 \end{matrix}$

ه) $-x_1 \leftarrow$ " $\Longrightarrow x^2+x+3=0$ $\begin{matrix} y_1=-x_1 \\ y_2=-x_2 \end{matrix} \left| \begin{matrix} \acute{S}=-S \\ \acute{P}=P \end{matrix} \right| \begin{matrix} \acute{S}=-1 \\ \acute{P}=3 \end{matrix}$

و) $\frac{1}{x_1} \leftarrow$ " $\Longrightarrow x^2-\frac{1}{3}x+\frac{1}{3}=0$ $y_1=\frac{1}{x_1}, y_2=\frac{1}{x_2} \left| \begin{matrix} \acute{S}=\frac{S}{P} \\ \acute{P}=\frac{1}{P} \end{matrix} \right| \begin{matrix} \acute{S}=\frac{1}{3} \\ \acute{P}=\frac{1}{3} \end{matrix}$

★) دقت شود که وقتی صورت سوال ذکر می کند که مثلا ریشه های معادلهٔ مطلوب ۵ واحد بیشتر از معادله ی فوق باشد بدیهی است که ریشه های معادله فوق ۵ واحد کمتر از معادله مطلوب است پس ریشهٔ $x-5$ در آن جوابگو ست .

ی) $\Longrightarrow x^2-\frac{2}{3}x+\frac{4}{3}=0$

$$\acute{x}+\acute{\acute{x}}=\alpha+\beta-\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=S-\frac{S}{P}=1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$$

$$\acute{x}.\acute{\acute{x}}=\alpha\beta-1-1+\frac{1}{\alpha\beta}=3-2+\frac{1}{3}=\frac{4}{3}$$

۶۶-

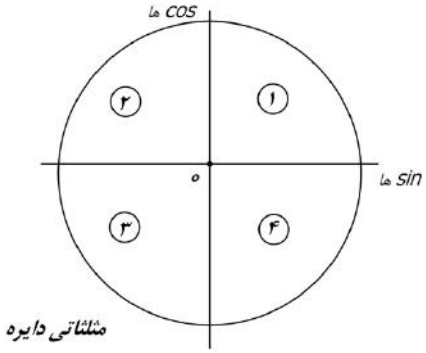
۱) ناحیه چهارم ←

۲) ناحیه سوم ←

۳) ناحیه دوم ←

۴) ناحیه دوم ←

۵) ناحیه چهارم ←



مثلثاتی دایره

۶۷-

$$۱)\begin{matrix} x=-۹ \\ y=-۱۲ \end{matrix} \Longrightarrow r^۲ = ۱۴۴+۸۱ = ۲۲۵ \to r = ۱۵ \Longrightarrow \sin\alpha = \frac{-۱۲}{۱۵}$$

$$\cos\alpha = \frac{-۹}{۱۵} \qquad \tan\alpha = \frac{۱۲}{۱۹} \qquad \cot\alpha = \frac{۹}{۱۲}$$

$$۲)\begin{matrix} x=-۱ \\ y=\sqrt{۳} \end{matrix} \Longrightarrow r^۲ = ۴ \;\to\; r = ۲ \;\Longrightarrow \sin\alpha = \frac{-۱}{۲} \;,\; \cos\alpha = \frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

$$,\tan\frac{-\sqrt{۳}}{۳} \qquad \cot\alpha = -\sqrt{۳}$$

$$۳)\begin{matrix} x=۰ \\ y=۴ \end{matrix} \Longrightarrow ۰+۱۶ = r^۲ \;\to\; r = ۴ \;\to\; \sin\alpha = \frac{۴}{۴} = ۱ \quad \cos\alpha = \frac{۰}{۴} = ۰$$

$$\tan\alpha = \text{تعریف نشده} \quad \cot\alpha = ۰$$

$$۴)\begin{matrix} x=-۵ \\ y=۳ \\ r^۲ = ۲۵+۹ = ۳۴ \\ r=\sqrt{۳۴} \end{matrix} \left|\begin{matrix} \sin\alpha = \frac{۳}{\sqrt{۳۴}} & \tan\alpha = \frac{-۳}{۵} \\ \cos\alpha = \frac{-۵}{\sqrt{۳۴}} & \cot\alpha = \frac{-۵}{۳} \end{matrix}\right.$$

۶۸- **فرمول طلایی مثلثات** $sin^{۲}\alpha + cos^{۲}\alpha = ۱$

$$\left(\frac{-۲}{۵}\right)^{۲} + cos^{۲}\alpha = ۱ \rightarrow cos^{۲} = ۱ - \frac{۴}{۵} \rightarrow \cos\alpha = \pm\frac{\sqrt{۲۱}}{۵} \xrightarrow{\text{ربع ۳}} \cos\alpha < ۰ \rightarrow -\frac{\sqrt{۲۱}}{۵}$$

$$\tan\alpha = \frac{۲}{\sqrt{۲۱}} = \frac{۲\sqrt{۲۱}}{۲۱} \qquad \cot\alpha = \frac{\sqrt{۲۱}}{۲}$$

۲) $\left(\frac{۳}{-۷}\right)^{۲} + sin^{۲}\alpha = ۱ \rightarrow sin\alpha^{۲} = \frac{۴۰}{۴۹} \rightarrow \sin\alpha = \pm\frac{\sqrt{۴۰}}{۷} \xrightarrow{\text{ربع ۴}} \sin > ۰ \rightarrow$

$$\frac{\sqrt{۴۰}}{۷} = \sin\alpha \quad \tan\alpha = \frac{\sqrt{\frac{۴۰}{۷}}}{\frac{۳}{۷}} = \frac{\sqrt{۴۰}}{۳} \quad \cot\alpha = \frac{۳}{\sqrt{۴۰}} = \frac{۳\sqrt{۴۰}}{۴۰}$$

۳) $\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = \frac{۱}{۲} \rightarrow ۲\cos\alpha = \sin\alpha \rightarrow ۴cos^{۲}\alpha + cos^{۲}\alpha = ۱ \rightarrow \cos\alpha = \pm\frac{\sqrt{۵}}{۵}$

$\xrightarrow{\text{ناحیه ۱}}$

$$\frac{\sqrt{۵}}{۵} = \cos\alpha \qquad \frac{۲\sqrt{۵}}{۵} = \sin\alpha \qquad \tan\alpha = ۲ \quad \cot\alpha = \frac{۱}{۲}$$

تمام مراحل حل مشابه سوال قبل است ولی به دلیل قرار گیری در ربع سوم $\sin\alpha$ و $\cos\alpha$ منفی انتخاب می شوند ← بدیهی است که $\tan\alpha$ و $\cot\alpha$ هم چنان مثبت است.

۶۹- الف) $\frac{۱}{۲} + \frac{\sqrt{۲}}{۲} - \frac{\sqrt{۲}}{۲} = \frac{۱}{۲}$

ب) $\sqrt{۳} - \sqrt{۳} + ۱ = ۱$

ج) $۰ + ۰ - ۱ = -۱$

د) $۰ - ۱ + ۱ = ۰$

ه) $\frac{۱}{۲} \times \frac{۱}{۲} + \frac{\sqrt{۳}}{۲} \times \frac{\sqrt{۳}}{۲} = \frac{۴}{۴} = ۱$

و) $-۱ \times ۱ - ۰ \times ۰ = -۱$

۷۰-

۱) $\frac{۱}{۴}+\frac{۳}{۴}=\frac{۲}{۴}+\frac{۲}{۴} \rightarrow ۱=۱$ ✓

۲) $۱-\frac{۲}{۴}=\frac{۱}{۲} \rightarrow \frac{۲}{۴}=\frac{۱}{۲}$ ✓

۳) $۱+\frac{۳}{۹}=\frac{۴}{۳} \rightarrow \frac{۱۲}{۹}=\frac{۴}{۳}$ ✓

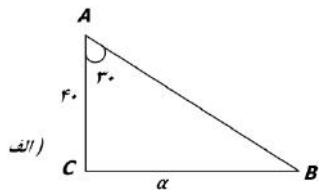
۴) $۱+۱=\frac{۱}{\left(\frac{\sqrt{۲}}{۲}\right)^{۲}} \rightarrow ۲=\frac{۴}{۲}$ ✓

۵) $\frac{\sqrt{۳}-\frac{\sqrt{۳}}{۳}}{۱+۱}=\frac{\sqrt{۳}}{۳} \rightarrow \frac{۲\sqrt{۳}}{۶}=\frac{\sqrt{۳}}{۳}$ ✓

۶) $\frac{۱+۱}{\sqrt{۳}-\frac{\sqrt{۳}}{۳}}=\sqrt{۳}=۰ \rightarrow \frac{۳}{\sqrt{۳}}-\frac{۳}{\sqrt{۳}}=۰$

پیشنهاد می شود برخی از مفاهیم بالا به عنوان فرمول حفظ شود.

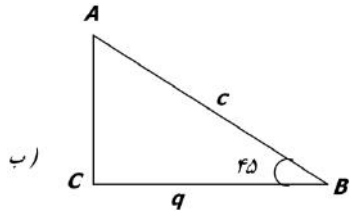
۷۱-



الف)

$AC=۴۰ \rightarrow \tan ۳۰^{\circ}=\frac{\sqrt{۳}}{۳} \rightarrow \frac{a}{۴۰}=\frac{\sqrt{۳}}{۳} \rightarrow$

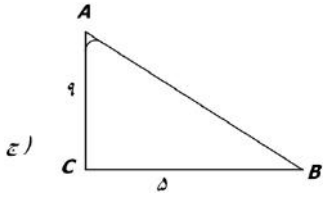
$\Longrightarrow ۳a=۴۰\sqrt{۳} \rightarrow a=\frac{۴۰\sqrt{۳}}{۳}$



ب)

$cos۴۵^{\circ}=\frac{\sqrt{۲}}{۲} \rightarrow \frac{۹}{C}=\frac{\sqrt{۲}}{۲} \rightarrow ۱۸=$

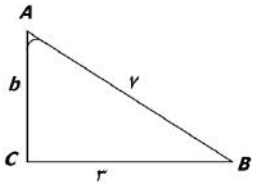
$\sqrt{۲}C \rightarrow C=\frac{۹\sqrt{۲}}{۲}$



ج)

$AB=۹^{۲}+۵^{۲} \Longrightarrow ۸۱+۲۵=۱۰۶ \rightarrow AB=\sqrt{۱۰۶}$

$sin\hat{A}=\frac{۵}{\sqrt{۱۰۶}}=\frac{۵\sqrt{۱۰۶}}{۱۰۶}$

د) 

$b^۲ + ۹ = ۴۹ \rightarrow b = \sqrt{۴۰} \qquad tan\hat{B} = \frac{b}{۳} = \frac{\sqrt{۴۰}}{۳}$

-۷۲

الف) $۱ - cot_\theta^۴ = \frac{sin_\theta^۴ - cos_\theta^۴}{sin_\theta^۴} \Longrightarrow \frac{(۱-cos_\theta^۲)^۲ - cos_\theta^۴}{(۱-cos_\theta^۲)^۲} = \frac{۱+cos_\theta^۴ - ۲cos_\theta^۲ - cos_\theta^۴}{۱+cos_\theta^۴ - ۲cos_\theta^۲} = \frac{۱-۲cos_\theta^۲}{۱+cos_\theta^۴ - ۲cos_\theta^۲}$

ب) $(cos^۲\theta)\left(\frac{cos^۲+۱}{cos^۲\theta}\right) = cos^۲\theta + ۱$

ج) $۲(۱ - cos^۲\theta) - ۱ = ۱ - ۲cos^۲\theta$

د) $\frac{۱-cos^۲\theta}{cos^۲\theta} \times \frac{۱}{۱-cos^۲\theta} = \frac{۱}{cos^۲\theta}$

-۷۳

الف) $\frac{\cos\theta}{\sin\theta} \times \cos\theta = \frac{cos^۲\theta}{\sin\theta} = \frac{۱-sin^۲\theta}{sin^\theta}$

ب) $cotg^۲\theta = \frac{۱}{sin^۲\theta} - ۱ = \frac{۱-sin^۲\theta}{sin^۲\theta}$

ج) $\frac{sin^۲\theta}{cos^۲\theta} \times cos^۲\theta + \frac{۱}{\sin\theta} = \frac{sin^۳\theta+۱}{\sin\theta}$

-۷۴ الف) $\underbrace{(cos^۲ + sin^۲)}_{۱}(cos^۲ - sin^۲) \Longrightarrow cos_\theta^۲ - ۱ + cos_\theta^۲ = ۲cos_\theta^۲ - ۱ = \square$ ✓

ب) $\frac{۱-cos^۴\theta}{sin^۴\theta} \Longrightarrow \frac{\left(\frac{sin^۲\theta}{۱-cos^۲\theta}\right)(۱+cos^۲\theta)}{sin^۴\theta} = \frac{۱+cos^۲\theta}{sin^۲\theta} \xrightarrow{\text{تفکیک مخرج}} = \frac{۱}{sin^۲\theta} + cot^۲\theta = II$ ✓

ج) $cos^{۲}\theta \times \left(\frac{cos^{۲}\theta + sin^{۲}\theta}{cos^{۲}\theta}\right) = cos^{۲}\theta + sin^{۲}\theta = ۱ = II$ ✓

د) $-sin^{۲} + ۱ - sin^{۲} = ۱ - ۲sin^{۲}\theta = II$ ✓

هـ) $\underbrace{sin^{۲}\theta + cos^{۲}_{\theta}}_{۱} + ۲\sin^{۲}\cos\theta + \underbrace{sin^{۲}\theta + cos^{۲}_{\theta}}_{۱} - ۲sincos\theta = ۱ + ۱ = II$ ✓

و) $tan^{۲}\theta sin^{۲}\theta = \frac{sin^{۴}\theta}{cos^{۲}\theta} = \frac{sin^{۲}\theta(۱-cos^{۲}\theta)}{cos^{۲}\theta} = \frac{sin^{۲}\theta - sin^{۲}\theta\, cos^{۲}\theta}{cos^{۲}\theta} \xrightarrow{\text{تفکیک مخرج}} tan^{۲} - sin^{۲}\theta = II$

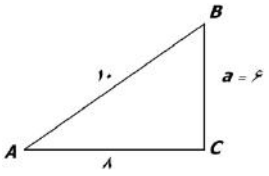
ر) $\frac{(cos\theta+۱)}{sin\theta(۱-cos^{۲})} = \frac{(\cos\theta+۱)(۱-\cos\theta)}{\sin\theta(۱-cos^{۲}\theta)(۱-\cos\theta)} = \frac{۱-cos^{۲}\theta}{\sin\theta[۱-\cos\theta-cos^{۲}\theta-۱cos^{۳}\theta]} =$

$\frac{\sin\theta}{(۱-cos\theta)(۱-cos^{۲}\theta)} = \frac{۱}{\sin\theta - \sin\theta\cos\theta} = II$

ز) $tan^{۲}\theta + ۱ = \frac{۱}{cos^{۲}\theta} \Rightarrow \frac{sin^{۲}\theta}{cos^{۲}\theta} + ۱ = \frac{sin^{۲}\theta + cos^{۲}\theta}{cos^{۲}\theta} = \frac{۱}{cos^{۲}\theta} = II$

س) $\frac{۱}{\frac{sin\theta}{cos\theta}} + \frac{۱}{\frac{cos\theta}{sin\theta}} = \frac{sin^{۲}\theta + cos^{۲}\theta}{sin\theta cos\theta} = \frac{۱}{sin\theta cos\theta} = II$ ✓

ش) $cos^{۲}\theta\left(۲ + \frac{sin^{۲}\theta}{cos^{۲}\theta}\right) = ۲cos^{۲}\theta + sin^{۲}\theta = ۲(۱ - sin^{۲}\theta) + sin^{۲}\theta = ۲ - sin^{۲}\theta = II$ ✓



۷۵- $a^{۲} + ۶۴ = ۱۰۰ \rightarrow a^{۲} = ۳۶ \rightarrow a = ۶$

$\sin\hat{A} = ۰/۶ \quad \cos\hat{A} = ۰/۸ \quad \tan\hat{A} = \frac{۶}{۸} = ۰/۷۵ \quad \cos A = \frac{۸}{۶}$

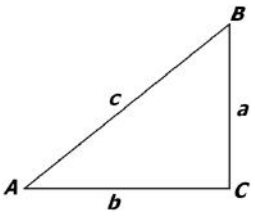
۷۶- $\frac{\sin Q}{cosQ} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow ۲\sin Q = \cos Q \rightarrow ۴sin^{۲}Q + sin^{۲}Q = ۱ \rightarrow \sin Q =$

$\pm\frac{\sqrt{۵}}{۵} \xrightarrow{\text{زاویه حاده}} +\frac{\sqrt{۵}}{۵}$ $cos = \pm\frac{۲\sqrt{۵}}{۵}$ $\tan Q = \pm\frac{۱}{۲}$ $cot = \pm۲$

-۷۷ $\tan\widehat{A} = \frac{a}{b} = \frac{۳}{\sqrt{۵}} \to \frac{a}{\sqrt{۲}} = \frac{۳}{\sqrt{۵}} \to \sqrt{۵}a = ۳\sqrt{۲} \to a = \frac{۳\sqrt{۱۰}}{۵}$

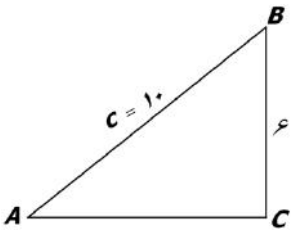
$C = \frac{۹}{۵} + \frac{۱۸}{۵} = \frac{۲۷}{۵} \to C = \frac{۳\sqrt{۱۵}}{۵}$

$sin۹۰^\circ = \frac{C}{C} = ۱$ $cos۹۰^\circ = ۰$ $tan۹۰^\circ = \frac{۱}{۰} \to$ تعریف نشده $cot۹۰ =$ II



-۷۸ $\cos A = \frac{۸}{۱۰}$ $\tan B = \frac{۸}{۶}$ $sin\hat{c} = ۱$ $AC \to$ طبق قضیه فیثاغورس $= ۸$

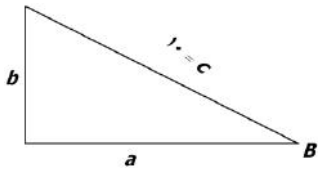
$۱ + \frac{۸}{۶} + \frac{۸}{۱۰} = \frac{۱۱۰}{۱۰۰} = ۱/۱$



-۷۹ $tan\hat{A} = \frac{x}{x+۲} = \frac{۱}{۲} \to ۲x = x + ۲ \to \boxed{x = ۲}$

-۸۰ $sin\hat{B} = \frac{۳}{۵} \to \frac{b}{۱۰} = \frac{۳}{۵} \to a = ۶$

$\boxed{۱۸} = \frac{۳}{۵} \times ۱۰ \times ۶ \times \frac{۱}{۲} \rightarrow$ قضیه سینوس ها $\rightarrow S_{\Delta} = \frac{۱}{۲} ac\ sinB$



۸۱-

۱) $۲ \times \frac{۱}{۲} \times ۱ - ۲\sqrt{۳} \times \frac{\sqrt{۳}}{۲} \times \frac{۱}{۴} = ۱ - \frac{۳}{۴} = \boxed{\frac{۱}{۴}}$

۲) $\frac{۱}{۲} \times \frac{۱}{۲} + \frac{\sqrt{۳}}{۲} \times \frac{\sqrt{۳}}{۲} = \frac{۱+۳}{۴} = \boxed{۱}$

۳) $\frac{۲ \times \frac{۳}{۴} - ۲ \times \frac{۱}{۲}}{۲ \times ۱ + ۳ \times \frac{۱}{۴}} = \frac{\frac{۱}{۲}}{\frac{۱۱}{۴}} = \frac{۴}{۲۲} = \boxed{\frac{۲}{۱۱}}$

۸۲-

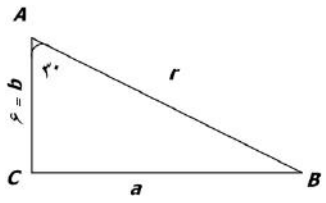
$\frac{۱}{۲} \times \sqrt{۳} = \sqrt{۳} \times \frac{۲}{۴} \implies \frac{\sqrt{۳}}{۲} = \frac{\sqrt{۳}}{۲}$

$\frac{۱}{۲} \times \frac{\sqrt{۳}}{۲} + \frac{۱}{۲} \times \frac{\sqrt{۳}}{۲} = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \rightarrow \frac{۲\sqrt{۳}}{۴} = \frac{\sqrt{۳}}{۲}$

$\frac{\frac{۳\sqrt{۳}-\sqrt{۳}}{۳}}{۱+۱} = \frac{\frac{۲\sqrt{۳}}{۳}}{۲} = \frac{۲\sqrt{۳}}{۶} = \frac{\sqrt{۳}}{۳} = tan۳۰^{\circ}$

$\frac{۴ \times \frac{۲}{۴} \times \frac{۱}{۲} - ۲ \times \frac{۲}{۴} \times \frac{۱}{۲}}{۲ \times ۱} = \frac{\frac{۱}{۲}}{۲} = \frac{۱}{۴} = \frac{۱}{۲} \sin ۳۰^{\circ}$

۸۳-



$\cos ۳۰^{\circ} = \frac{\sqrt{۳}}{۲} = \frac{۶}{r} \rightarrow r\sqrt{۳} = ۱۲ \rightarrow r = \underline{۴\sqrt{۳}}$

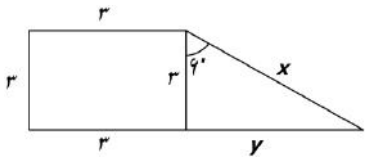
$\tan ۳۰^{\circ} = \frac{\sqrt{۳}}{۳} = \frac{a}{۶} \rightarrow ۶\sqrt{۳} = ۳a \rightarrow a = ۲\sqrt{۳}$

$\cos \hat{B} = \frac{a}{r} = \frac{۲\sqrt{۳}}{۴\sqrt{۳}} = \frac{۱}{۲}$

یا روش خیلی خیلی ساده تر : $\hat{B} = ۶۰ = ۱۸۰ - ۱۲۰ \quad cos۶۰^\circ = \frac{۱}{۲} \quad ۹۰ + ۳۰ = ۱۲۰$

۸۴- $sin۹۰^\circ = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \rightarrow \frac{۳}{x} = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \rightarrow ۶ = \sqrt{۳}x \rightarrow$

$x = ۲\sqrt{۳}$



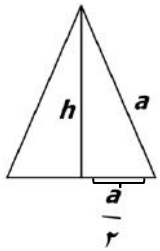
$cos۶۰^\circ = \frac{۱}{۲} = \frac{y}{۲\sqrt{۳}} \rightarrow y = \sqrt{۳}$

محیط شکل : $۹ + ۳\sqrt{۳}$

۸۵- $\Longrightarrow y = t \rightarrow y \Longrightarrow sin۶۰^\circ = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \rightarrow \frac{\sqrt{۳}}{۲} \times ۲۴ = ۱۲\sqrt{۳} = y = t$ با توجه به شکل

$Z = ۲\left(۱۲\sqrt{۳}\right)^۲ = \sqrt{۱۴۴ \times ۶} = ۱۲\sqrt{۶} \quad x \Longrightarrow \frac{۱}{۲}۲۴ = ۱۲$

۸۶-

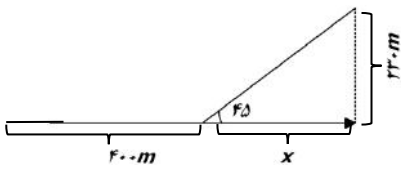


$S_\Delta = \frac{ah}{۲} \rightarrow h^۲ = \frac{۴a^۲ - a^۲}{۴} = \frac{۳a^۲}{۴} \rightarrow h = \frac{a\sqrt{۳}}{۲}$

$S_\Delta = \frac{a}{۲} \times \frac{a\sqrt{۳}}{۲} \qquad \frac{a^۲\sqrt{۳}}{۴}$

۸۷- $\Longrightarrow x = ۲۳۰\ m$ قائم الزاویه متساوی الساقین $\xrightarrow{\text{زاویه حاده } ۴۵^\circ}$

طول کل باند $۴۰۰ + ۲۳۰ = ۶۳۰$



۸۸- ۱) $(cos^۲\theta)\left(۱+\frac{sin^۲\theta}{cos^۲\theta}\right)=cos^۲+sin^۲\theta=۱=II$ ✓

۲) $(۱-sin^۲\theta)-sin^۲\theta=۱-۲sin^۲\theta=II$ ✓

۳) مراجعه شود به قسمت (و) سوال ۷۴

۴) $\frac{۱-۳sin^۲\theta\,cos^۲\theta}{cos^۶\theta}=\frac{(sin^۲\theta+cos^۲\theta)^۲-۳sin^۲\theta\,cos^۲\theta}{cos^۶\theta}=\frac{sin^۴\theta+cos^۴\theta-sin^۲\theta\,cos^۲\theta}{cos^۶\theta}$

$\frac{(sin^۴\theta+cos^۴\theta-sin^۲\theta\,cos^۲\theta)(sin^۲\theta+cos^۲\theta)}{cos^۶\theta\left(\underbrace{sin^۲+cos^۲}_{۱}\right)}=\frac{sin^۶\theta+cos^۶\theta}{cos^۶\theta}=tan^۶\theta+۱$

۵) $\frac{۱+sin^{\ ۲}\alpha+۲\sin\alpha-۱-sin^۲\alpha+۲\sin\alpha}{(۱-\sin\alpha)(۱+\sin\alpha)}=II\ \ \frac{۴\sin\alpha}{۱-sin^۲\alpha}=II\implies\frac{۴\sin\alpha}{cos^۲\alpha}=II$

$\frac{۴\sin\alpha}{\cos\alpha.\cos\alpha}=II\quad\implies\quad\frac{۴tg\,\alpha}{\cos\alpha}=II$

۶) $\frac{\cos\beta+۱}{\sin\beta\,.sin^۲\beta}=\frac{۱}{\sin\beta-\sin\beta\,cos\beta}\implies\frac{\cos\beta+۱}{sin\beta(۱-cos^۲\beta)}=II\implies$

$\frac{\cos\beta+۱}{sin\beta(۱-\cos\beta)(۱+\cos\beta)}=II\implies\frac{۱}{\sin\beta-\sin\beta cos\beta}=II$

۷) $\frac{\sin\theta}{\sin\theta(۱+tag^۲\theta)}=۱-sin^۲\theta\implies\frac{\sin\theta}{\sin\theta\left(\frac{۱}{cos^۲\theta}\right)}=II\quad\implies$

$cos^۲\theta=II\qquad\implies۱-sin^۲\theta=II$

۸) $(\cos\alpha+\sin\alpha)^۲-۱=II\implies sin^۲\alpha+cos^۲\alpha+۲\sin\alpha\cos\alpha-۱=II$

$\implies۱+۲\sin\alpha\cos\alpha-۱=II\quad\implies\quad۲\sin\alpha\cos\alpha=II$

۹) $(۱-tag\,\theta)(۱+tag\,\theta)=\frac{۲cos^{۲}\theta-۱}{cos^{۲}\theta} \implies ۱-tag^{۲}\theta=\text{II} \implies$

$$۱-\left(\frac{۱}{cos^{۲}\theta}-۱\right)=\text{II} \implies ۱-\frac{۱}{cos^{۲}\theta}+۱=\text{II} \implies \frac{۲cos^{۲}\theta-۱}{cos^{۲}\theta}=\text{II}$$

۱۰) $cos^{۴}\theta-sin^{۴}\theta=۲cos^{۲}\theta-۱ \implies (cos^{۲}\theta-sin^{۲}\theta)(cos^{۲}\theta+sin^{۲}\theta)=\text{II}$

$$cos^{۲}\theta-sin^{۲}\theta=\text{II} \implies cos^{۲}\theta-۱+cos^{۲}\theta=\text{II} \implies ۲cos^{۲}\theta-۱=\text{II}$$

۱۱) $sin^{۲}\beta-sin^{۲}\alpha=\frac{۱}{۱+tag^{۲}\alpha}-\frac{۱}{۱+tag^{۲}\beta}$ $۱-cos^{۲}\beta-۱+cos^{۲}\alpha=$

$$cos^{۲}\alpha-cos^{۲}\beta=\text{II} \implies \frac{۱}{۱+tag^{۲}\alpha}-\frac{۱}{۱+tag^{۲}\beta}=\text{II}$$

۱۲) $\frac{sin\theta}{\frac{۱-sin\theta}{sin\theta}}+\frac{sin\theta}{\frac{۱+sin\theta}{sin\theta}}=۲tag^{۲}\theta \implies \frac{sin^{۲}\theta}{۱-sin\theta}+\frac{sin^{۲}\theta}{۱+sin}=۲tag^{۲}\theta \implies$

$$\frac{sin^{۲}\theta+sin^{۳}\theta+sin^{۲}\theta-sin^{۳}\theta}{۱-sin^{۲}\theta}=\text{II} \implies \frac{۲sin^{۲}\theta}{cos^{۲}\theta}=\text{II} \implies ۲tag^{۲}=\text{II}$$

۱۳) $\frac{۲tag\theta}{۱+tag^{۲}\theta}=۲sin\theta\,cos\theta$

$$\frac{\frac{۲sin\theta}{cos\theta}}{\frac{۱}{cos^{۲}\theta}}=\text{II} \implies \frac{۲sin\theta\,cos^{۲}\theta}{cos\theta}=\text{II} \implies ۲sin\theta\,cos\theta=\text{II}\ \checkmark$$

۱۴) $\left(\frac{۱-sin^{۲}\theta}{sin\theta}\right)\left(\frac{۱-cos^{۲}\theta}{\cos\theta}\right)=\frac{tag\,\theta}{۱+tag^{۲}\theta}$

$$\frac{cos^{۲}\theta}{sin\theta}\times\frac{sin^{۲}\theta}{cos\theta}=\text{II} \implies \frac{cos^{۲}\theta}{sin\theta}\times\frac{sin\theta\,.\,sin\theta}{cos\theta}=\text{II} \implies cos^{۲}\theta\,.\,\text{tag}\theta=\text{II} \implies$$

$$\frac{۱}{۱+tag^{۲}\theta}\,.tag\theta=\text{II} \implies \frac{tag\theta}{۱+tag^{۲}\theta}=\text{II}$$

۱۵) $(sin^{۴}\theta+cos^{۴}\theta)(sin^{۴}\theta-cos^{۴}\theta)=(۲sin^{۲}\theta-۱)(۱-۲sin^{۲}\theta cos^{۲}\theta)$

$$[(sin^۲\theta+cos^۲\theta)^۲-۲sin^۲\theta\,cos^۲\theta](sin^۲\theta+cos^۲\theta)(sin^۲\theta-cos^۲\theta)=II$$

$$\Longrightarrow (۱-۲sin^۲\theta\,cos^۲\theta)(۲sin^۲\theta-۱)=II$$

۱۶) $tag\theta+\frac{۱}{tag\theta}=\frac{۱}{sin\theta cos\theta}\Longrightarrow \quad \frac{sin\theta}{cos\theta}+\frac{cos\theta}{sin\theta}=II \Longrightarrow$

$$\frac{sin^۲\theta+cos^۲\theta}{sin\theta cos\theta}=II \Longrightarrow \frac{۱}{sin\theta cos\theta}=II\checkmark$$

۱۷) $\frac{۱}{sin^۴\theta}-cotg^۴\theta=\frac{۱}{sin^۲\theta}+\frac{۱}{tag^۲\theta} \Longrightarrow$

$$\left(\frac{۱}{sin^۲\theta}-cotg^۲\theta\right)\left(\frac{۱}{sin^۲\theta}+cotg^۲\theta\right)=II \Longrightarrow (۱+cotg^۲\theta-cotg^۲\theta)$$

$$\left(\frac{۱}{sin^۲\theta}+cotg^۲\theta\right)=II \Longrightarrow \left(\frac{۱}{sin^۲\theta}+\frac{۱}{tag^۲\theta}\right)=II\checkmark$$

۱۸) $\frac{۱+sin\theta+۱-sin\theta}{(۱-sin\theta)(۱+sin\theta)}=\frac{۲}{cos^۲\theta} \Longrightarrow \frac{۲}{۱-sin^۲\theta}=II \Longrightarrow \frac{۲}{cos^۲\theta}=II$

$\cos x=\frac{۱}{۳} \Longrightarrow cos^۲x=\frac{۱}{۹} \Longrightarrow \frac{۱}{cos^۲x}=۹ \Longrightarrow ۱+tag^۲x=۹ \Longrightarrow$ -۸۹

$tag^۲x=۸ \Longrightarrow \frac{۱}{۶+tag^۲x}=\frac{۱}{۶+۸}=\frac{۱}{۱۴}$

$۱+cotg^۲\alpha=\frac{۱}{sin^۲\alpha}\Longrightarrow ۱+cotg^۲\alpha=\frac{۲۵}{۹} \Longrightarrow cotg^۲\alpha=\frac{۱۶}{۹} \Longrightarrow cotg\alpha=$ -۹۰

$\frac{۴}{۳}\Longrightarrow tag\alpha=\frac{۳}{۴} \quad cos^۲\alpha=۱-\frac{۹}{۲۵}=\frac{۱۶}{۲۵} \Longrightarrow cos\alpha=\frac{۴}{۵} \Longrightarrow ۴\left(\frac{۳}{۴}\right)+۵\left(\frac{۴}{۵}\right)=۳+۴$

$=۷$

$۱+tag^۲\alpha=\frac{۱}{cos^۲\alpha}\Longrightarrow ۱+tag^۲\alpha=\frac{۲۵}{۱۶} \Longrightarrow tag^۲\alpha=\frac{۹}{۱۶}\Longrightarrow tag\alpha=\frac{۳}{۴}$ -۹۱

$$sin^۲\alpha = ۱ - \frac{۱۶}{۲۵} = \frac{۹}{۲۵} \implies sin\alpha = \frac{۳}{۵} \implies \frac{۳}{۵} + \frac{۴}{۳} = \frac{۲۹}{۱۵}$$

$$۱ + tg^۲\theta = \frac{۱}{cos^۲\alpha} \implies ۱ + \frac{۱}{۲۵} = \frac{۱}{cos^۲\alpha} \quad \frac{۲۵}{۲۶} = cos^۲\alpha \implies cos\alpha = \frac{۵}{\sqrt{۲۶}}$$ -۹۲

$$sin^۲\alpha = ۱ - \frac{۲۵}{۲۶} = \frac{۱}{۲۶} \implies \sin\alpha = \frac{۱}{\sqrt{۲۶}} \implies \quad ۲\left(\frac{۱}{\sqrt{۲۶}}\right) - ۴\left(\frac{۵}{\sqrt{۲۶}}\right) = \frac{۲-۲۰}{\sqrt{۲۶}} = \frac{-۱۸}{\sqrt{۲۶}}$$

$$tagx = ۲ \implies \frac{\sin x}{\cos x} = ۲ \implies \sin x = ۲\cos x \quad cos^۲x = \frac{۱}{۱+tag^۲x} = \frac{۱}{۱+۴} = \frac{۱}{۵}$$ -۹۳

الف) $\frac{۲\cos x - \cos x}{۲cosx + \cos x} = \frac{\cos x}{۳\cos x} = \frac{۱}{۳}$

ب) $\frac{۲\cos x - cos^۳x}{۸cos^۳x + cosx} = \frac{\cos x(۲ - cos^۲x)}{\cos x(۸cos^۲x + ۱)} = \frac{۲ - \frac{۱}{۲۵}}{\frac{۸}{۲۵} + ۱} = \frac{\frac{۴۹}{۲۵}}{\frac{۳۳}{۲۵}} = \frac{۴۹}{۳۳}$

$$\frac{۴sin^۲\theta}{cos^۲\theta} = sin\theta\left(\frac{a + asin\theta + b - bsin\theta}{cos^۲\theta}\right)$$ -۹۴

$$۴sin\theta = sin\theta(a - b) + a + b \implies \begin{cases} a - b = ۴ \\ a + b = ۰ \end{cases} \quad a = ۲ \implies b = -۲$$

$$A = \sin x + \cos x \implies A^۲ = sin^۲x + cos^۲x + ۲sinxcosx \implies$$ -۹۵

$$A^۲ = ۱ + ۲B$$

$$\begin{matrix} x^۲ = a^۲sin^۲\alpha cos^۲\beta \\ y^۲ = a^۲sin^۲\alpha sin^۲\beta \end{matrix} \implies x^۲ + y^۲ + z^۲ = a^۲sin^۲\alpha(cos^۲\beta + sin^۲\beta)$$ -۹۶

$$z^۲ = a^۲cos^۲\alpha$$

$$+a^۲cos^۲\alpha \implies z^۲ = \quad x^۲ + y^۲ + z^۲ = a^۲sin^۲\alpha + a^۲cos^۲\alpha =$$

$= a^۲(sin^۲\alpha + cos^۲\alpha) = a^۲$ ✓

۹۷- $\begin{matrix} cos^۲x = ۴a^۲ + b^۲ + ۴ab \\ sin^۲x = a^۲ + ۴b^۲ - ۴ab \end{matrix} \Longrightarrow sin^۲x + cos^۲x = ۵a^۲ + ۵b^۲ \Longrightarrow \boxed{۵a^۲ + ۵b^۲ = ۱}$

۹۸- $(sin\theta + cos\theta)^۲ = \left(\sqrt{۳}\right)^۲ \Longrightarrow sin^۲\theta + cos^۲\theta + ۲sin\theta cos\theta = ۳ \Longrightarrow$

$۱ + ۲sin\theta cos\theta = ۳ \Longrightarrow ۲sin\theta cos\theta = ۲ \Longrightarrow \boxed{\sin\theta\cos\theta = ۱}$

۹۹- نکته : در زوایای متمم sin یکی با cos دیگری و tan یکی با cot دیگری برابر است.

$$\frac{\sin B+\sin C}{\cos B+\cos C} = \frac{\sin C+\cos C}{\sin C+\cos C} = ۱$$

۱۰۰-

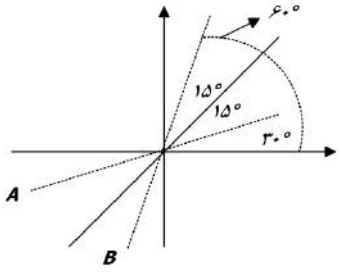
$$\alpha+\beta = ۹۰ - \gamma \rightarrow \alpha+\beta \xrightarrow{\text{متمم}} \gamma \rightarrow \cos(\beta+\alpha) = \sin\gamma \ \cos(\alpha+\beta) = \frac{۱}{۳}$$

۱۰۱- $cos۱۵^\circ = sin۷۵^\circ \rightarrow cos۱۵^\circ = \frac{\sqrt{۶}+\sqrt{۲}}{۴}$

$$sin^۲۱۵ + \frac{۶+۲+۲\sqrt{۱۲}}{۱۶} = ۱ \rightarrow sin^۲ = \frac{۸-۲\sqrt{۱۲}}{۱۶} \rightarrow sin = \frac{\sqrt{۸-۲\sqrt{۱۲}}}{۴}$$

$$tan۱۵^\circ = \frac{\sqrt{۸-۲\sqrt{۱۲}}}{\sqrt{۶}+\sqrt{۲}} \qquad cot۱۵^\circ = \frac{\sqrt{۶}+\sqrt{۲}}{\sqrt{۸-۲\sqrt{۱۲}}}$$

۱۰۲- ★خط $x = y$ نیم ساز ناحیه اول و سوم است



$$tan۳۰^\circ = \frac{\sqrt{۳}}{۳} \rightarrow y_A = \frac{\sqrt{۳}}{۳}x \rightarrow A$$
$$tan۶۰^\circ = \sqrt{۳} \rightarrow y_B = \sqrt{۳}x \rightarrow B$$

۱۰۳- صورت و مخرج را بر $cos^۲x$ تقسیم می کنیم.

$$۱ + tag^۲x = \frac{۱}{cos^۲x} \Rightarrow ۵ = \frac{۱}{cos^۲x} \Rightarrow \begin{cases} \frac{۱}{cos^۴x} = ۲۵ \\ \frac{۱}{cos^۸x} = ۶۲۵ \end{cases}$$

$$\frac{tag^۹x+۱+\frac{۱}{cos^۴x}}{tagx\times\frac{۱}{cos^۸x}+\frac{۱}{cos^۸x}} = \frac{۹^۲+۱+۲۵}{۳\times۵^۴} = \frac{۵۳۸}{۱۸۷۵}$$

۱۰۴- $sin^۴x + cos^۴x = \frac{۳}{۵} \rightarrow sin^۶x + cos^۶x = ? \rightarrow \left(\underbrace{sin^۲x + cos^۲x}_{۱}\right)$

$$\left(\underbrace{sin^۴x + cos^۴x}_{\frac{۳}{۵}} - ۲sin^۲cos^۲x\right)\left(\underbrace{sin^۲ + cos^۲x}_{۱}\right) - ۲sin^۲xcos^۲x = \frac{۳}{۵}$$

$$\rightarrow -۲sin^۲xcos^۲x = -\frac{۲}{۵} \qquad \frac{۳}{۵} - \frac{۲}{۵} = \boxed{\frac{۱}{۵}}$$

۱۰۵- $\underbrace{(sin\alpha + cos\alpha)}_{\frac{۱}{۳}}\left(\underbrace{sin^۲\alpha + cos^۲\alpha}_{۱} - ۲sin^۲\alpha\, cos^۲\alpha\right) \rightarrow \frac{۱}{۳}\times\left[۱ + \frac{۸}{۹}\right] = \frac{۱}{۳}\times\frac{۱۷}{۹} = \boxed{\frac{۱۷}{۲۷}}$

$(sin\alpha + cos\alpha)^{۲} = ۲sin^{۲}\alpha\, cos^{۲}\alpha + sin^{۲}\alpha + cos^{۲}\alpha = \frac{۱}{۹} \rightarrow ۲sin^{۲}\alpha\, cos^{۲}\alpha = -\frac{۸}{۹}$

۱۰۶- الف) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}\times\frac{\sqrt{۳}}{۲} + \frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲} - ۲\times\frac{\sqrt{۳}}{۲}\times\frac{\sqrt{۳}}{۲} = \frac{۳+۱+۴}{۴} = \frac{۱۰}{۴} = \frac{۵}{۲} = ۲/۵$

ب) $\frac{\frac{۳\sqrt{۳}-\sqrt{۳}}{۳}}{۱+\sqrt{۳}\times\frac{\sqrt{۳}}{۳}} = \frac{\frac{۲\sqrt{۳}}{۳}}{\frac{۳+۳}{۳}} = \frac{۲\sqrt{۳}}{۶} = \frac{\sqrt{۳}}{۳}$

ج) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}\times\frac{\sqrt{۲}}{۲} + ۱ = \frac{۲+۲}{۴} = ۱$

د) $\frac{۱}{۴} - \frac{۱}{۴} + ۲\times\frac{۱}{۲}\times\frac{\sqrt{۲}}{۲} - ۱ = \frac{\sqrt{۲}-۲}{۲}$

ح) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}\times\frac{\sqrt{۳}}{۳} - \frac{۱}{۴}\times -۱\times\frac{۱}{۱-\frac{۱}{۲}\times\frac{\sqrt{۳}}{۲}} = \frac{۲\sqrt{۶}+۳}{۱۲}\times\frac{۴}{۴-\sqrt{۳}} = \frac{۲\sqrt{۶}+۳}{۱۲-۳\sqrt{۳}}$

ر) $\frac{\frac{۱}{۲}-۱}{\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۴}+\frac{۳}{۴}} + \frac{۱}{۲} = \frac{\frac{۱}{۲}}{\frac{۷}{۴}} + \frac{۱}{۲} = \frac{۴}{۱۴} + \frac{۷}{۱۴} = \frac{۱۱}{۱۴}$

ز) $(cos۶۰ + sin۶۰)^{۲} - (sin۶۰^{\circ} + cos۶۰)^{۲} \Longrightarrow [cos۶۰ + sin۶۰ - sin۶۰ - cos۶۰]$

$[۲cos۶۰ + ۲sin۶۰] = \quad ۲\times\frac{۱}{۲}\times\frac{\sqrt{۲}}{۲}\times\sqrt{۳} = \frac{\sqrt{۶}}{۲}$

۱۰۷- $\frac{۱}{\sin x\ cosx} = \sqrt{\frac{۱}{sin^{۲}x\, cos^{۲}x}} \quad \rightarrow \quad \sin x\ \cos x > ۰ \rightarrow$ ناحیه ۱ یا ۴

۱۰۸- الف) $\frac{sin^{۲}x+cos^{۲}x}{\sin x cosx} = \frac{۱}{\sin x\cos x} =$ II✓

ب) $\frac{\sin x(۱-\cos x)}{(۱+\cos x)(۱-\cos x)} = \frac{sinx(۱-\cos x)}{\underbrace{۱-cos^{۲}x}_{sin^{۲}x}} = \frac{۱-\cos x}{\sin x} =$ II✓

ج) $۱+tan^۲x+tan^۲y \Rightarrow \frac{۱}{cos^۲y}+tan^۲x=$ II✓

ج) $\frac{\frac{\sin x\cos y+\sin y\cos x=A}{\cos x\cos y}}{\frac{\cos x\sin y+\sin x\cos y=A}{\sin x\sin y}}=\frac{A\sin x\sin y}{A\cos x\cos y}=\tan x.\tan y$

د) $(۱+cot^۲x)(۱-cot^۲x)=\left(\frac{sin^۲x+cos^۲x}{sin^۲x}\right)\left(\frac{sin^۲x-cos^۲x}{sin^۲x}\right)=\frac{sin^۲x-cos^۲x}{sin^۴x}$

$\frac{۱}{sin^۲x}-\frac{cos^۲x}{sin^۴x}=$ II✓

ر) $\left(\frac{\sin x\cos x+\sin x}{\cos x}\right)\left(\frac{\cos x\sin x+\cos x}{\sin x}\right)=\frac{\sin(\cos x+۱)}{\cos}\times\frac{\cos(\sin+۱)}{\sin x}=(\sin x+۱)(\cos x+۱)$

ز) $\frac{۱}{cos\alpha}-\frac{۱}{sin\alpha}+\frac{sin\alpha}{cos^۲\alpha}-\frac{۱}{cos\alpha}+\frac{۱}{sin\alpha}-\frac{cos\alpha}{sin^۲\alpha}\Rightarrow\frac{sin\alpha}{cos^۲\alpha}-\frac{cos\alpha}{sin^۲\alpha}$

ث) $۲[(sin^۲x+cos^۲x)^۲-۳sin^۲xcos^۲x]-۳[(sin^۲x+cos^۲x)^۲۲sin^۲xcos^۲x]=$ II

$۲(۱-۳sin^۲xcos^۲x)-۳(۱-۲sin^۲xcos^۲x)=$ II

$۲-۶sin^۲xcos^۲x-۳+۶sin^۲xcos^۲x=$ II $\Rightarrow \boxed{-۱=\text{ II}}$

م) $sin^۲\text{x}cos^۲\text{x}.\frac{sin^۲\text{x}}{cos^۲\text{x}}+\frac{cos^۲\text{x}\times\frac{cos^۲\text{x}}{sin^۲\text{x}}}{\frac{۱}{sin^۲\text{x}}}=$ II

$sin^۴\text{x}+cos^۴\text{x}=$ II $\Rightarrow$

$۱-۲sin^۲\text{x}cos^۲\text{x}=$ II

$sin^۶\text{x}+cos^۶\text{x}=۱-۳sin^۲xcos^۲x$
$sin^۴\text{x}+cos^۴\text{x}=۱-۲sin^۲\text{x}cos^۲\text{x}$

نکته : در تمرین " ت" ملاحظه کردید که

ف) $(۱+cotg^۲x)^۲ = II \quad \Longrightarrow ۱+\ cotg^۴x + ۲cotg^۲x = II$

ث) $\frac{۱}{sin^۴Q} + cotg^۴Q = \ II \quad \Longrightarrow \left(\frac{۱}{sin^۲x} + cotg^۲x\right)^۲ - ۲ \times \frac{۱}{sin^۲x} \times \frac{cos^۲x}{sin^۲x} = II$

$$(۱+cotg^۲x+cotg^۲x)^۲ - ۲(۱+cotg^۲x)\times cotg^۲x = II$$

$$\Longrightarrow ۱+۴cotg^۴x+۴cotg^۲x-۲cotg^۲x-۲cotg^۴x = II$$

$$\Longrightarrow ۱+۲cotg^۴x+۲cotg^۲x = II$$

$$\Longrightarrow ۱+۲cotg^۲x(۱+cotg^۲x) = II \ \Longrightarrow \ ۱+\frac{۲cotg^۲x}{sin^۲x} = II$$

س) $\left(\frac{۱-sin^۲x}{sinx}\right)\left(\frac{۱-cos^۲x}{cosx}\right) = II \ \Longrightarrow \ \frac{cos^۲x}{sinx} \times \frac{sin^۲x}{cosx} = II$

$$\Longrightarrow sinxcosx = II \xrightarrow[\times cosx]{\div cosx \text{ و}} \frac{sinxcosx}{cosx} \times cosx = II$$

$$\Longrightarrow tgx \times cos^۲x = tgx \times \frac{۱}{۱+tg^۲x} = \frac{tgx}{۱+tg^۲x} = II$$

ت) $\frac{\sin^۲x\sin^۲y+\cos^۲y-\sin^۲x}{\sin^۲x\sin^۲y} = II$

$$\Longrightarrow \frac{sin^۲x(sin^۲y-۱)+cos^۲x}{sin^۲xsin^۲y} = II \ \Longrightarrow \ \frac{cos^۲y-sin^۲xcos^۲y}{sin^۲xsin^۲y} = \frac{cos^۲y(۱-sin^۲x)}{sin^۲xsin^۲y} = II$$

$$\Longrightarrow \frac{cos^۲ycos^۲x}{sin^۲xsin^۲y} = II \ \Longrightarrow cotg^۲y\,.cotg^۲x$$

ط) $۱-cos^۲y-۱+cos^۲x = \ II$

$$cos^۲x - cos^۲y = II$$

$$\frac{۱}{۱+tg^۲x}-\frac{۱}{۱+tg^۲y}=II$$

ظ) $\frac{۱+sin^۲\alpha+۲sin\alpha-۱-sin^۲\alpha+۲sin\alpha}{(۱-sin\alpha)(۱+sinx)}=II$

$$\frac{۴sin\alpha}{۱-sin^۲\alpha}=II \implies \frac{۴sin\alpha}{cos^۲\alpha}=II \implies \frac{۴sin\alpha}{cos\alpha.cos\alpha}=II \implies \frac{۴tg\alpha}{cos\alpha}=\alpha$$

و) $\frac{(sin^۳x-cos^۳x)(sin^۳x+cos^۳x)}{۲sin^۲x-۱}=II$

$$\frac{(sinx-cosx)(sin^۲x+cos^۲x-sinxcosx)(sinx+cosx)(sin^۲x+cos^۲x-sinxcisx)}{۲sin^۲x-۱}=II$$

$$\implies \frac{(sin^۲x-cos^۲x)(۱-sin^۲xcos^۲x)}{۲sin^۲x-۱}=II$$

$$\frac{(۲sin^۲x-۱)\left(۱-sin^۲x(۱-sin^۲x)\right)}{(۲sin^۲x-۱)}=II$$

$$\implies ۱-sin^۲x+sin^۴x=II$$

چ) $\frac{\sin^۲x+۱+\cos^۲x+۲Cosx}{\sin x(۱+\cos x)}=II$ $\frac{۲(۱+\cos x)}{\sin x(۱+\cos x)}=II$ $\frac{۲}{\sin x}=II$

ک) $(sin^۴x+cos^۴x)^۲-۲sin^۴x\,cos^۴x+۴sin^۲xcos^۲x=II$

$$[(sin^۲x+cos^۲x)^۲-۲sin^۲xcos^۲x]^۲-۲sin^۴x\,cos^۴x+۴sin^۲xcos^۲x=II$$

$$۱+۴sin^۴xcos^۴x-۴sin^۲xcos^۲x-۲sin^۴xcos^۴x+۴sin^۲xcos^۲x=II$$

$$۱+۲sin^۴xcos^۴x=II$$

ن) $\frac{(sin^۲x-cos^۲x)(sin^۲x+cos^۲x)}{cos^۲x}=II$

$$\frac{sin^۲x-cos^۲x}{cos^۲x}=II \implies \frac{sin^۲x}{cos^۲x}-\frac{cos^۲x}{cos^۲x}=II \implies$$

$$tg^{۲}x - ۱ = \text{II} \quad \Longrightarrow \quad (tg\,x + ۱)\,(tg\,x - ۱) = \text{II}$$

گ) $\dfrac{\frac{sin^{۶}x}{cos^{۲}x}}{\frac{۱}{cos^{۲}x}} + \dfrac{\frac{cos^{۶}x}{sin^{۲}x}}{\frac{۱}{sin^{۲}x}} = \text{II}$

$$sin^{۶}x + cos^{۶}x = \text{II} \Longrightarrow (sin^{۲}x+cos^{۲}x)^{۲} - ۳sin^{۲}xcos^{۲}x(sin^{۲}x + cos^{۲}x) = \text{II}$$

$$\Longrightarrow \quad ۱ - \ ۳sin^{۲}x\,cos^{۲}x = \text{II}$$

خ) $\dfrac{tg\,b - \sin b + \sin b - \sin b cos\,b}{sin^{۳}\,b} = \text{II} \quad \Longrightarrow$

$$\frac{\sin b - \sin b\,cos^{۲}\,b}{\frac{cos\,b}{sin^{۳}b}} = \text{II} \quad \Longrightarrow \quad \frac{\sin b(۱ - cos^{۲}\,b)}{cos\,b\ .sin^{۳}b} = \text{II}$$

$$\frac{sin\ b\ .sin^{۲}b}{cos\,b\ .sin^{۳}b} = \text{II} \quad \Longrightarrow \frac{۱}{\cos b} = \text{II}$$

چ) $\dfrac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x} + \dfrac{۲cos^{۲}x - ۱}{cos^{۲}x - sin^{۲}x} = \text{II} \quad \Longrightarrow \dfrac{-(\sin x + cos^{۲}x)^{۲} + ۲cos^{۲}x - ۱}{cos^{۲}x - sin^{۲}x} = \text{II}$

$$= \frac{۱ - ۲\sin x\cos x + ۲(۱ - sin^{۲}x) - ۱}{cos^{۲}x - sin^{۲}x} = \text{II} \quad \Longrightarrow \frac{-۲\sin x(\cos x + \sin x)}{(\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x)} = \text{II}$$

$$\Longrightarrow \frac{۲\sin x}{\sin x - \cos x} = \text{II} \xrightarrow[\div \cos x]{\div \cos x} \frac{۲tagx}{tag - ۱} = \text{II}$$

س) $\dfrac{sin^{۲}\,x - \frac{sin^{۲}x}{cos^{۲}x}}{cos^{۲}x - \frac{cos^{۲}x}{sin^{۲}x}} = \text{II} \quad \Longrightarrow \dfrac{\frac{sin^{۲}xcos^{۲}x - sin^{۲}x}{cos^{۲}x}}{\frac{sin^{۲}xcos^{۲}x - cos^{۲}x}{sin^{۲}x}} = \text{II}$

$$\frac{sin^{۲}x\left(sin^{۲}x(cos^{۲}x-۱)\right)}{cos^{۲}x\left(cos^{۲}x(sin^{۲}x-۱)\right)}=\text{II} \quad \Longrightarrow \frac{sin^{۴}x(-sin^{۲}x)}{cos^{۴}x(-cos^{۲}x)}=\text{II} \quad \Longrightarrow$$

$$= \frac{sin^{۶}x}{cos^{۶}x}=tg^{۶}x \ =\text{II}$$

ص) $$\frac{cos^{۲}x}{sin^{۲}x}\times\frac{\frac{۱}{\cos x}-۱}{\sin x+۱}\times\frac{۱}{cos^{۲}x}\times\frac{\sin x-۱}{\frac{۱}{\cos x}+۱}=\text{II}$$

$$\frac{cos^{۲}x}{sin^{۲}x}\times\frac{۱-\cos x}{\cos x(\sin x+۱)}+\frac{۱}{cos^{۲}x}\times\frac{\cos x(\sin x-۱)}{۱+\cos x}=\text{II}$$

$$\frac{\cos x-cos^{۲}x}{sin^{۲}x(sin\ x+۱)}+\frac{(\sin x-۱)}{\cos x(۱+\cos x)}=\text{II}$$

$$\frac{\cos x(۱-\cos x)}{(۱-\cos x)(۱+\cos x)(۱+sin\ x)}+\frac{\sin x+۱}{\cos x(۱+\cos x)}=\text{II}$$

$$\frac{cos^{۲}x+sin^{۲}x-۱}{\cos x(۱+\cos x)(۱+\sin x)}=\text{II}$$

$$\frac{۱-۱}{\text{مخرج}}=\text{II} \qquad \frac{۰}{\text{مخرج}}=\text{II}$$

ق) $$sin^{۶}x+cos^{۶}x=(sin^{۲}x+cos^{۲}x)^{۳}-۳sin^{۲}x\,cos^{۲}x(sin^{۲}x+cos^{۲}x)=\text{II}$$

$$\Longrightarrow ۱-۳sin^{۲}x\,cos^{۲}x=\text{II} \Longrightarrow ۱-۳sin^{۲}x(\ ۱-sin^{۲}x)=\text{II} \Longrightarrow ۳sin^{۴}\text{x}-۳sin^{۲}\text{x}+۱=\text{II}$$

ی) $$cos^{۲}x\left(۲+\frac{cos^{۲}x}{sin^{۲}x}\right)=\text{II} \Longrightarrow cos^{۲}x\left(\frac{۲sin^{۲}x+cos^{۲}x}{sin^{۲}x}\right)=\text{II}$$

$$cos^{۲}x\ \left(\frac{۱+sin^{۲}x}{sin^{۲}x}\right)= \Longrightarrow \frac{(۱-sin^{۲}x)(۱+sin^{۲}x)}{sin^{۲}x}=\text{II} \Longrightarrow$$

$$\frac{۱-sin^{۴}x}{sin^{۲}x}=\text{II} \quad \Longrightarrow \frac{۱}{sin^{۲}x}-sin^{۲}x=\text{II}$$

۱۰۹- $۱+cotg^۲x=\frac{۱}{sin^۲x} \Longrightarrow \begin{cases} cotg^۲x=۴-m \\ sin^۲\alpha=\frac{۱}{۳m-۱} \rightarrow \frac{۱}{sin^۲x}=۳m-۱ \end{cases}$

$۱+۴-m=۳m-۱ \Longrightarrow \quad ۴m=۶ \quad \boxed{m=\frac{۳}{۲}}$

۱۱۰- $A=\frac{\cos x-\sin x}{\cos x+\sin x} \xrightarrow[\div \cos x]{\div \cos x} A=\frac{۱-tg\,x}{۱+tg\,x} \Longrightarrow$

$A+A\,tg\,x=۱-tg\,x \Longrightarrow tg\,x(A+۱)=۱-A \Longrightarrow \boxed{tg\,x=\frac{۱-A}{۱+A}}$

۱۱۱- $sin^۲\alpha+cos^۲\alpha=۱ \Longrightarrow \frac{۴m^۲}{(۱+m^۲)^۲}+\frac{(۱+m^۴-۲m^۲)}{(۱+m^۲)^۲}=۱ \Longrightarrow$

$\frac{۴m^۲+۱+m^۴-۲m^۲}{(۱+m^۲)^۲}=۱ \Longrightarrow \frac{(m^۲+۱)^۲}{(m^۲+۱)^۲}=۱ \Longrightarrow \boxed{۱=۱}$ به m بستگی ندارد

۱۱۲- $sin^۲x+cos^۲x=۱ \Longrightarrow a^۲+b^۲-۲ab+۱+۲ab=۱ \Longrightarrow$

$a^۲+b^۲=۰ \Longrightarrow \boxed{a=b=۰}$

۱۱۳- $(a^۲+b^۲sin^۲x+b^۲cos^۲x+۲absinx-۲abcosx-۲b^۲sinx\,cosx=$

$۲+۲cosx-۲sinx-۲sinx\cos x \Longrightarrow$

$\underline{a^۲+b^۲}+\underline{۲ab}sinx-\underline{۲ab}\cos x-۲b^۲\sin x\cos x=\underline{۲}+\underline{۲}\cos x-\underline{۲}sinx-$

$۲\sin x\cos x \quad \begin{matrix} ۲ab=-۲ \\ -۲ab=۲ \end{matrix} \Big| -۲b^۲=-۲ \quad b^۲=۱ \Longrightarrow b=\pm ۱$

$\begin{cases} b=۱ \\ b=-۱ \end{cases} \quad ۲a=-۲ \quad a=-۱ \quad -۲a=-۲ \quad a=۱$

۱۱۴- ۱) $\frac{(sin^۲x+cos^۲x-۲cosx\,sinx)-(۱+cosx)^۲=}{۴\sin x\cos x}$

$$\frac{۱-۲cosx\ sinx-۱-cos^۲x-۲\cos x}{۴\sin x\cos x}=\frac{\cos x(-۲\sin x-\cos x-۲)}{۴\sin x\cos x}=-\frac{۱}{۲}-\frac{cot}{۴}-\frac{۱}{۲sin}$$

۲) $$\frac{(\cot x-\tan x)\left(\frac{۱}{cos^۲x}\right)}{(\tan x-\cot x)\left(\frac{۱}{sin^۲x}\right)}=\frac{(\cos x-\sin x)sin^۳x\cos x}{(\sin x-\cos x)cos^۳\sin x}=-tan^۲x$$

۳) $$۲sin^۲\alpha\,cos^۲\alpha\frac{۱}{sin^۲\alpha\ cos^۲\alpha}-sin^۲\alpha-cos^۲\alpha\left(\frac{۲cos^۲\alpha+sin^۲\alpha}{cos^۲\alpha}\right)$$

$$۲-sin^۲\alpha-۲cos^۲\alpha-sin^۲\alpha=۲-۲(sin^۲\alpha+cos^۲\alpha)=۲-۲=۰$$

۱۱۵- $$CSC=\frac{۱}{\sin\theta}\ \rightarrow\ \sin\theta+\frac{۱}{\sin\theta}=۲\ \rightarrow\ sin^۲\theta-۲\sin\theta+۱=۰$$

$$(\sin\theta-۱)^۲=۰\ \rightarrow\ \sin\theta=۱\ \rightarrow\theta=۹۰^\circ\implies\cos=\text{صفر}$$

۱۱۶- $$۲sin^۲x-۳\sin x+\sin x\cos x\ \rightarrow\ \sin x(۲\sin x-۳+cosx)\rightarrow$$

$$\sqrt{۱-cos^۲x}\left(۲\sqrt{۱-cos^۲x}-۳+\cos x\right)$$

۱۱۷- $$\sin x=\sqrt{۲}-cosx\qquad\left(\sqrt{۲}-\cos x\right)^۲+cos^۲x=۱$$

$$۲cos^۲\alpha-\sqrt{۸}\cos x+۱=۰\ \rightarrow\ \Delta=۸-۸=۰\ \ \frac{\sqrt{۸}}{۴}=\cos x$$

$$\frac{۴\sqrt{۲}-۲\sqrt{۲}}{۴}=\sin x\qquad tanx=\frac{\frac{۲\sqrt{۲}}{۴}}{\frac{۲\sqrt{۲}}{۴}}=۱$$

۱۱۸- $$\pi=۱۸۰^\circ\rightarrow-tan۱۲۰^\circ<\frac{۲-۳m}{۵}<tan۴۵^\circ\rightarrow-tan۶۰^\circ<\frac{۲-۳m}{۵}<۱$$

$$-\sqrt{۳}<\frac{۲-۳m}{۵}<۱\ \rightarrow\ \frac{۳}{۵}<m<\frac{۵\sqrt{۳}+۲}{۳}$$